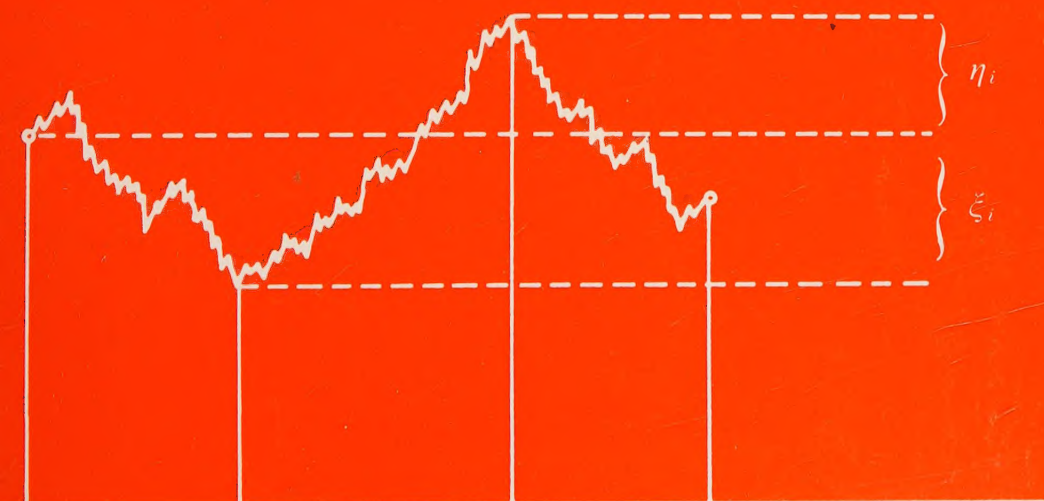


Metoder och tekniker för adaptiv lagerstyrning

applicerade på sparbankernas
kontantkassor

Bengt Lohmander och Eron Oxing



1972



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Metoder och tekniker för adaptiv lagerstyrning

Metoder och tekniker för adaptiv lagerstyrning

applicerade på sparbankernas kontantkassor

Bengt Lohmander och Eron Oxing



© Bengt Lohmander och Eron Oxing

Utgiven i samarbete med Stiftelsen för Information
om Ekonomisk Forskning, Lund (EFL)

Berlingska Boktryckeriet, Lund 1972

Förord

Föreliggande studie ingår i en serie av avhandlingar från Företagsekonomiska institutionen vid Lunds universitet, som behandlar lösandet av konkreta planeringsproblem inom företag och andra organisationer, i detta fall dimensioneringen av den dagliga kontantkassan i bankkontor. Författarnas arbete har bedrivits i nära anslutning till SPADAB, Sparbankernas Datacentraler AB. I den forskningsmässiga delen av författarnas arbete har de på sedvanligt sätt lämnats fria händer och svarar var och en självständigt för sin insats.

Arbetet är också ett exempel på "lagarbete" inom den företagsekonomiska forskningen. Var och en av författarna svarar för sina bidrag till det slutliga forskningsresultatet, såsom framgår av författarnas eget förord. Samtidigt står det för oss klart, att det samlade resultatet inte skulle vara möjligt i denna form, om de inte visat prov på en forskningsmässig samarbetsförmåga, som blir alltmer nödvändig inom socialvetenskaperna och därför bör uppmuntras och eftersträvas.

Lund den 3 mars 1972

Olof Henell

Professor i företagsekonomi
Lunds universitet

Curt Kihlstedt

Professor i företagsekonomi
Lunds universitet

Verkst. Ledamot
Stiftelsen för Information om
Ekonomisk Forskning, Lund (EFL)

Författarnas förord

Detta arbete ger ett exempel på den adaptiva beslutsteorins möjligheter vid lösandet av praktiska problem. Därutöver vill vi visa hur vetenskapliga metoder och tekniker väljs utifrån den givna problemställningen och hur de sedan appliceras. För oss personligen har det känts stimulerande att också möta de krav den praktiska tillämpningen ställer.

En av författarna, Bengt Lohmander, skrev 1967 uppsatsen "Lageroptimering för en bankkassa". Denna kan sägas vara upphovet till detta arbete som påbörjades under våren 1968.

Alla viktigare avgöranden under arbetets gång har skett i samförstånd efter ingående diskussioner. Vi har upplevt detta som mycket stimulerande och vi är av den uppfattningen att resultatet av vårt gemensamma arbete är mer än summan av vad var och en för sig har presterat. Ett så nära samarbete medför att ingen del kan anses härröra från en författare, men olika bakgrund och intressen har ändå resulterat i att huvudansvaret för vissa delar vilar tyngre på den ene av oss än på den andre. Av den anledningen kan följande ansvarsuppdelning göras.

B. Lohmander Kapitel 1, 3, 6, 7, 8

E. Oxing Kapitel 2, 4, 5, 9, 10, 11, 12 samt Summary.

Vi tackar professorerna Olof Henell och Curt Kihlstedt för det stöd och den positiva handledning de givit oss alltifrån det arbetet påbörjades.

Under arbetets gång har vi haft många stimulerande diskussioner med civil-ekonom Hans Näslund och fått värdefulla synpunkter.

Bland många som hjälpt oss vill vi speciellt rikta ett tack till deltagarna i våra seminarier docenterna Göran Nyberg, Jan Odhnoff och Göran Widebäck, universitetslektor Gösta Kedner samt fil.lic. Sven-Åke Nilsson.

Vi har haft förmånen att anlita professor Carl-Erik Quensel, fil.kand. Harald Anderson och fil.kand. Daniel Thorburn som statistisk expertis.

De många komplicerade datorprogram som använts har skickligt skapats av pol.mag. Margaretha Gülich, fil.kand. Helge Helmersson och fröken Britta Malmström.

Under insamlingen av data på olika sparbankskontor har vi mött mycken entusiasm och hjälpsamhet, liksom vid bearbetningarna på SPADAB:s datacentral i Malmö och SDC:s datacentral i Köpenhamn. SPADAB och SDC har burit den ekonomiska bördan och sålunda gjort arbetet möjligt. Med dessa organisationer har vi haft ett gott samarbete och vi vill speciellt framhålla medlemmarna i SPADAB:s forskningsgrupp i Lund samt civilingenjör Jens Bache från SDC i Köpenhamn, som hjälpt oss både med praktiska problem och teoretiska synpunkter.

Fil.mag. Gunilla Boström och fru Eva Bolinder har hjälpt oss med utskrifter av manuskript. Deras arbete har fortsatt av fru Anita Sparrvik som på ett utom-

ordentligt sätt har bibehållit exakthet och precision under de senaste månadernas tidspress.

Översättningen av sammanfattningen har utförts av fil.mag. Eddie Fremer.

För de fel och brister som fortfarande, trots allt bistånd, vidlåder detta verk är vi själva helt och hållet ansvariga.

Det stöd och den uppmuntran våra familjer gett oss har utgjort en väsentlig förutsättning för detta arbete. Kerstin, Hans och Håkan, Eva och Ola förtjänar i hög grad den uppskattning vi känner.

Lund i mars 1972

Bengt Lohmander

Eron Oxing

Översikt

Det genomgående temat i detta arbete är ett praktiskt beslutsproblem.

Hur skall den dagliga kontantkassan på ett bankkontor dimensioneras?

Problemet är till synes relativt okomplicerat och avgränsat. Det visar sig emellertid för sin lösning icke endast kräva tidigare utvecklade modeller inom flera olika metodområden utan även ge anledning till vidareutveckling av vissa otillräckliga modelltyper.

Detta är ofta fallet vid praktiska problem. Många metoder är icke tillräckligt utvecklade för att kunna appliceras direkt. Klyftan mellan teori och verklighet kan dock minskas genom att man utsätter teorierna för den påfrestning det innebär att möta verkligheten.

Vi vill med detta arbete bidra till närmandet mellan de två.

Avhandlingen inleds med en beskrivning av det praktiska problemet och avslutas med ett förslag till lösning av det. Innanför denna ram förekommer dels teori, dels empiri.

Den empiriska delen syftar till att kartlägga sparbankskunders anspråk på kontanter från banken. Resultat redovisas från 11 undersökta sparbankskontor spridda över Danmark och södra Sverige.

Analysen och presentationen av de empiriska resultaten sker inom ramen för en beskrivningsmodell som utvecklas i den teoretiska delen av avhandlingen. Denna modell ligger även som ram för övriga teoretiska avsnitt där lagermodeller och prognosmodeller behandlas.

Den diskussion som föres och den utveckling som sker i den teoretiska delen av arbetet nödvändiggörs av vissa egenskaper hos kassadimensioneringsproblemet.

De väsentligaste av dessa kan ges följande kortfattade formulering i form av vad de olika modellerna skall kunna behandla.

Beskrivningsmodellen

- en adaptiv beslutsprocess i vilken beslutsfattaren endast kan göra intermitenta observationer.

Lagermodellen

- ett lager där både inflöde och utflöde är stokastiskt.

Prognosmodellen

- en tidsvariation med oregelbunden cykellängd.

De egenskaper hos kunderna som uppenbarats i den empiriska delen och de modeller som utvecklats i den teoretiska delen bildar underlaget för det förslag till dimensioneringssystem som presenteras.

Avslutningsvis ges i det sista kapitlet en diskussion om slutsatser som kan dras av det genomförda arbetet och punkter som kan föranleda förslag till nya forskningsuppgifter.

Innehåll

1 Inledning och problempresentation

1.1	Bakgrund	19
1.1.1	Inledning	19
1.1.2	Några styrproblem	19
1.1.3	En förstudie	21
1.2	Inledning till problembeskrivningen	22
1.3	Behov av kontanter	22
1.3.1	Historik	22
1.3.2	Det kontantlösa samhället	23
1.3.3	Sammanfattning	24
1.4	Kassadimensioneringsproblemet	25
1.4.1	Kontantinnehav och kontantförsörjning	25
1.4.2	Det enskilda kontoret	26
1.4.3	Dimensioneringsbesluten	27
1.4.4	Målsättningen	27
1.5	Problemdefinition och avgränsningar	28
1.5.1	Kompletterande modelltyper	28
1.5.2	Avgränsningar på objektnivå	28
1.5.3	Lagermodellen	29
1.5.4	Prognosmodellen	29
1.5.5	Beskrivningsmodellen	30
1.6	Avhandlingens syften och innehåll	30
1.7	Litteraturen	32
1.7.1	Att välja litteratur	32
1.7.2	Att redovisa litteratur	32

2 Lagermodeller som analysverktyg

2.1	Allmänt om lagerstyrning	37
2.2	Specificering av vårt problem	37
2.2.1	Uppdelning av valörerna i tre klasser	37
2.2.2	Inspektionsperiod	38
2.2.3	Beroende mellan det stokastiska inflödet och det stokastiska utflödet	38
2.2.4	"Loss of sales"	38
2.2.5	Utfödets och inflödets fördelningar	38
2.2.6	Sammanfattning av de krav vårt problem ställer på modellen	38
2.3	Wilson-formeln	39
2.4	Optimal lagernivå	39
2.4.1	Ett exempel på dimensionering av en uttagsautomat	41

2.5	Diskussion av modeller med optimal beställningspunkt och beställningsnivå	42
2.6	Lösningar till dammproblem	42
2.6.1	Inledning	42
2.6.2	Allmänt om dammregleringsmodeller	43
2.6.3	Ett exempel på en regleringsmodell för en bankkassa	43
2.6.4	Vidareutveckling	44

3 Teorin för adaptiva processer som analysverktyg

3.1	Inledning	49
3.2	Begreppsapparat	50
3.3	Bankkassan i processtermer	52
3.3.1	Typ 0-process	52
3.3.2	Typ 1-process	53
3.3.3	Typ 2-process	54
3.4	Förbättringar av beslutsprocessen	56
3.4.1	Beslutsfunktionen	56
3.4.2	Beslutsfattarens omgivning	58
3.4.3	Systemgenererade variabler	58
3.4.3.1	Tillståndsvektorn	58
3.4.3.2	Den historiska vektorn	59
3.5	En adaptiv beslutsprocess med intermittent beslutsfattande	61
3.5.1	Inledning	61
3.5.2	Typ 3-process	61
3.5.3	Bankkassan som en typ 3-process	64
3.5.4	Öppning av slutarna	65
3.5.4.1	Snabbare adaption	65
3.5.4.2	Kompletterande information	68
3.5.5	Undersökningsplan för kassaprocessen	70
3.6	Sammanfattning och plan för fortsättningen	71

4 Det verkliga systemet i adaptiva termer

4.1	Inledning	77
4.2	Regler för styrningen	77
4.3	Omgivningsgenererade variabler	77
4.4	Systemets omgivningsvektor	79
4.5	Beslutsfattaren och beslutsfunktionen	79
4.5.1	Vilka variabler ingår i kassörens beslutsfunktion och varför?	79
4.5.2	Systemets tillstånd	80
4.5.3	Den historiska processen	80
4.6	Sammanfattning	80

5 Bankledningens mål för kontantkassan

5.1	Beslutsfunktionen	83
5.1.1	Inledning	83

5.1.2	Hur behandlas multipla mål och okvantifierade variabler i litteraturen?	83
5.1.2.1	Multipla mål	83
5.1.2.2	Satisfieringslösningar	84
5.1.3	Sparbanksledningens krav på beslutsfunktionen	85
5.1.3.1	Kraven i den adaptiva modellens termer	85
5.1.3.2	Sammanfattning av kraven på beslutsfunktionen	86
5.1.3.3	Satisfiering eller optimering?	86
5.2	Vilka uppgifter kan kontinuerligt påverka beslutsfunktionens variabler?	86
5.2.1	Badwillkostnad	87
5.2.2	Extra belastning av personalen	87
5.2.3	Förräntning av frigjorda kassamedel	87
5.2.4	Distributionskostnad	88
5.3	Sammanfattning	89

6 Undersökningens uppläggning

6.1	Inledning	93
6.2	Önskade observationer	95
6.3	Datainsamlingen	98
6.3.1	Inledning	98
6.3.2	Antal kunder och deras belopp	98
6.3.3	Kassapåfyllningar och kassaavslutningar	100
6.3.4	Antal transaktioner	102
6.4	Undersökta sparbanker	102

7 De enskilda kunderna

7.1	Inledning	107
7.2	Sannolikhetsfördelningen för kontantbeloppen	107
7.3	Databearbetningen	110
7.3.1	Önskad information	110
7.3.2	Bearbetningsmetoder	111
7.4	Resultat från ett sparbankskontor	111
7.4.1	Test av kontorets homogenitet	112
7.4.2	Kontorets medelvärden	113
7.4.3	Kontorets spridningar	116
7.4.4	Antal kunder	118
7.5	Jämförelser mellan de undersökta kontoren	121
7.5.1	Preliminär analys av utkundernas medelvärden	121
7.5.2	Val av metod	123
7.5.2.1	Minsta kvadratmetoden	123
7.5.2.2	Val av bästa regressionslinje	124
7.5.2.3	Validering av metoden	125
7.5.3	Plan för analysen	126
7.6	Resultat av jämförelserna	127
7.6.1	Gemensamma tidsvariationer	128
7.6.1.1	Medelvärdena	128
7.6.1.2	Spridningarna	130

7.6.1.3	Antalet kunder	130
7.6.1.4	Sammanfattning	132
7.6.2	Skillnader mellan kontoren	133
7.6.2.1	Medelvärdena	133
7.6.2.2	Spridningarna	135
7.6.2.3	Antalet kunder	135
7.6.2.4	Sammanfattning	135

8 Dagsbehovet av kontanter

8.1	Inledning	139
8.2	Sannolikhetsfördelningen för ζ_i	140
8.2.1	Metodval	140
8.2.2	Antal simuleringar	142
8.2.3	Simuleringens uppläggning	143
8.2.4	Resultat av simuleringar	145
8.3	Validering	148
8.3.1	Inledning	148
8.3.2	Jämförelse mellan $\zeta_i^{0.02}$ och ζ_i	150
8.4	Dagsutflödet — $\tilde{u}_i$	150
8.4.1	Valörerna	150
8.4.1.1	Jämförelse mellan kontoren	151
8.4.1.2	Jämförelse mellan olika kassor	152
8.4.1.3	Tidsvariationer	154
8.4.1.4	Simuleringsresultat	154
8.4.2	Dagsutflödet jämfört med kassakravet	155
8.5	Sammanfattning	157

9 Prognosmöjligheter

9.1	Inledning	161
9.2	Parametrarna i simuleringsmodellen	162
9.2.1	Prognos av parametrarna N_{ik}^+ , N_{ik} , X_{ik}^+ , X_{ik}^- , S_{ik}^+ och S_{ik}^-	162
9.3	Befintliga data och tillägg till dessa	163
9.4	Test på förklaringsvärde	163
9.4.1	Datainsamling	163
9.4.2	Val av bearbetningsmetod	164
9.4.2.1	Bearbetning av variablerna startkassa, inleveranser, utleveranser och slutkassa	164
9.4.2.2	Vilka bearbetningar bör göras?	165
9.4.3	Resultat av bearbetningen	165
9.4.4	Sammanfattning	166
9.5	Prognosmetoder	166
9.5.1	Datainsamling och beskrivning av data	167
9.5.2	Val av prognosmetod	167
9.5.2.1	Trigonometriska funktioner	169
9.5.2.2	Trendbestämning med hjälp av löpande medeltal	170
9.5.2.3	"Automatic Construction of Linear Stochastic Dynamic Models for Stationary Processes with Random Disturbances Using Operating Records"	170

9.5.2.4	Multipel regression	171
9.5.2.5	"Dummy variables"	171
9.5.3	Adaption	172
9.5.4	Kontroll av datainsamlingen	172
9.5.5	Beslutsfattarens roll som tolkare av prognosen	173
9.5.6	Var står sparbankerna idag när det gäller prognosverksamhet?	174
9.6	Prognosförsök	174
9.6.1	Kontantutflödet	175
9.6.2	Antal transaktioner	175
9.7	Sammanfattning av kapitel 9	178

10 Val av beslutsfunktion

10.1	Summering av resultaten i tidigare kapitel	181
10.2	Vilka beslutsregler är tänkbara?	181
10.3	Modellernas approximationsgrad	183
10.3.1	Simuleringsmodellen	183
10.3.2	Approximation med diskreta transaktioner	184
10.3.3	Dammodell med fixt utflöde och stokastiskt inflöde	184
10.3.4	Wienerprocessen	185
10.3.5	Optimal lagernivå med fixt inflöde och stokastiskt utflöde (centrala gränsvärdessatsen)	186
10.3.6	Minsta kvadratmetoden	188
10.3.7	Tumregler	188
10.3.8	Sammanfattning av avsnitt 10.3	189
10.4	Prognosmöjligheter	189
10.4.1	Simuleringsmodellen och diskreta transaktioner	189
10.4.1.1	Simuleringsmodellen	190
10.4.1.2	Prognos för den diskreta fördelningen	191
10.4.1.3	Sammanfattning av avsnitt 10.4.1	192
10.4.2	Wienerprocessen	192
10.4.2.1	Prognos för $\tilde{u}_i$	192
10.4.2.2	Prognos för N_i	193
10.4.2.3	Prognos för σ	194
10.4.2.4	Skattning av N_i från den multipla regressionens residual	194
10.4.2.5	Sammanfattning av avsnitt 10.4.2	195
10.4.3	Centrala gränsvärdessatsen	195
10.4.4	Minsta kvadratmetoden	195
10.4.5	Tumregler	195
10.4.6	Sammanfattning av avsnitt 10.4	195
10.5	Ekonomisk utvärdering av beslutsfunktionerna	196
10.5.1	Simuleringsmodellen och diskreta transaktioner	196
10.5.2	Wienermodellen	197
10.5.3	Centrala gränsvärdessatsen	197
10.5.4	Minsta kvadratmetoden	197
10.5.5	Tumregler	197
10.5.6	Sammanfattning av avsnitt 10.5	198
10.6	Utvärdering av beslutsreglerna	198
10.6.1	Inledning	198

10.6.2	Tumregler	199
10.6.3	CGS	199
10.6.4	Övriga modeller utom wienermodellen	200
10.6.5	Val mellan CGS och wienermodellen	200

11 Dimensioneringssystemet

11.1	Inledning	203
11.2	Översiktlig beskrivning av dimensioneringssystemet	204
11.3	Kontrollsystem	204
11.3.1	Uppföljning av prognosen	204
11.3.2	Kontroll av fördelningsrutinen	206
11.4	I banken berörda befattningshavare	206
11.4.1	Expeditionschefen	206
11.4.2	Huvudkassören	206
11.4.3	Frontkassören	207
11.5	Sammanfattning	207

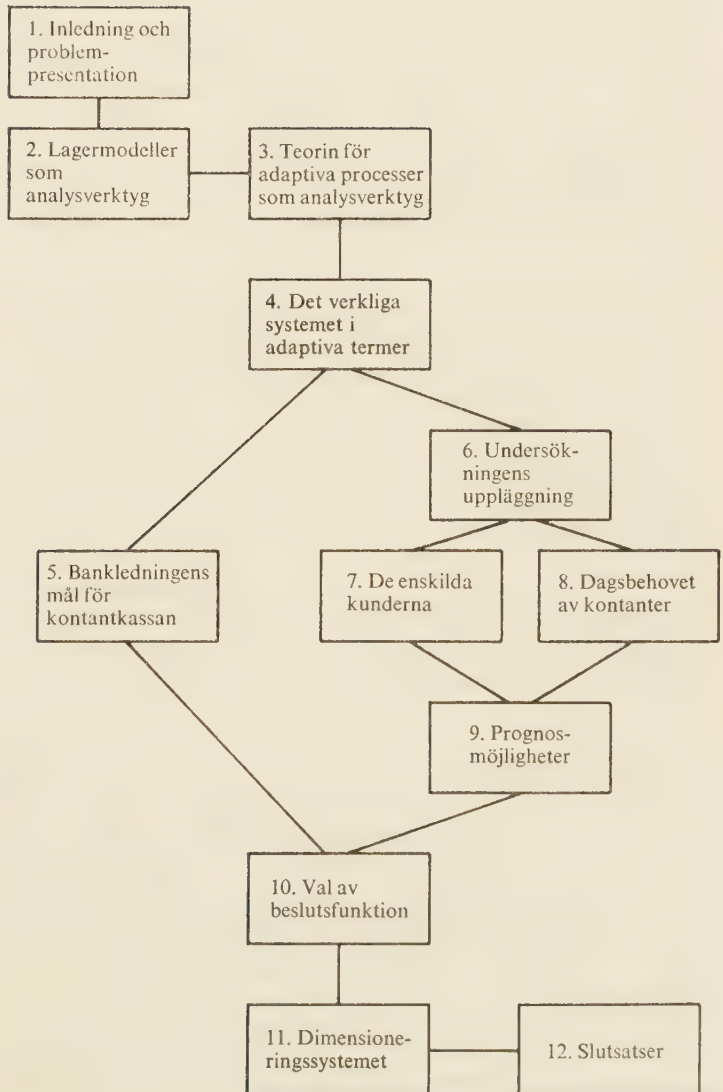
12 Slutsatser

12.1	Inledning	211
12.2	Problembeskrivningen	211
12.3	Prognosen	212
12.4	Lagermodellerna	212
12.5	Den empiriska studien	213
12.6	Dimensioneringssystemet	214

Bilagor

1.1	Parametervärden Bank S0	217
1.2	” ” S1	217
1.3	” ” S2	218
1.4	” ” S3	219
1.5	” ” S4	220
1.6	” ” D1	221
1.7	” ” D2	222
1.8	” ” D3	223
1.8.1	” ” D3	224
1.9	” ” D4	225
1.9.1	” ” D4	226
1.10	” ” D5	227
1.11	” ” D6	228
2	Regressionsplan för medelvärde och spridning	229
3.1	Blankett för kontantutflödet	230
3.2	Blankett för antal transaktioner	231
4	Tidsvariabler för prognos av kassautflöde och antal transaktioner	232
	English summary	233
	Litteraturförteckning	244
	Variabellista	247

1. Inledning och problempresentation



1.1 Bakgrund

1.1.1 Inledning

Under slutet av 1950-talet och första hälften av 1960-talet började många företag ta datamaskiner till hjälp i första hand för sin bokföring och redovisning. I en bank drar dessa uppgifter en stor del av de totala kostnaderna och det är därför naturligt att bankerna tidigt ansåg det nödvändigt att börja använda den nya tekniken. Kostnaderna för utveckling av datasystem är dock stora och endast de största enheterna ansåg det lönsamt att ensamma börja en sådan utveckling. För mindre enheter var det nödvändigt med samarbete. Som en följd härav bildades 1963 ett för sparbankerna gemensamt databolag, Sparbankernas Datacentraler (SPADAB), som dels skulle utveckla datorbaserade bokförings- och redovisningssystem för sparbankerna, dels också utföra den maskinella bearbetningen för de enskilda sparbankernas räkning.

Datorerna hade redan då i flera år utnyttjats av ett antal banker i U.S.A. Några av dessa hade sett möjligheterna att icke endast använda datorn som en sofistikerad bokföringsmaskin utan även ta vara på dess kapacitet att snabbt utföra komplicerade beräkningar. Man började utveckla matematiska, statistiska och företagsekonomiska modeller som syftade till att förbättra beslutsfattandet i banken (se t. ex. Cohen and Hammer, 1966).

Dessa impulser från U.S.A. fick SPADAB:s dåvarande chef, Bengt Wetterholm, att undersöka möjligheterna för en liknande verksamhet för de svenska sparbankernas räkning. 1966 anställdes en av författarna (B. Lohmander) och i liten skala påbörjades en inventering av beslutsproblem som kunde vara lämpliga att angripa med mera avancerade metoder.

Det finns många skillnader mellan amerikanska affärsbanker och svenska sparbanker, och det visade sig omöjligt att direkt överföra de modeller som utvecklats i U.S.A. Däremot var dessa naturliga utgångspunkter för arbetet.

1.1.2 Några styrproblem

I samband med probleminventeringen utvecklades bl. a. en analogimodell för sparbanken. Vi beskriver den kortfattat i dess huvuddrag.

I modellen (fig. 1.1) ser vi banken som ett system av dammar, som innehåller värdeenheter av olika slag, samt flöden mellan dammarna. Dammarna som betecknas *lån*, innehåller värdeenheter i form av skuldförbindelser, *kontantkassan* i form av mynt eller sedlar, *postgiro* och *checkräkning* i *annan bank* i form av tillgodohavande hos respektive institut. Dammen *kassa (ej kontant)* innehåller värdeenheter i flera olika former såsom t. ex. checkar från affärsbanker, postanvisningar och postväxlar.

Värdeenheter har alltså olika fysisk skepnad i de olika dammarna. De har

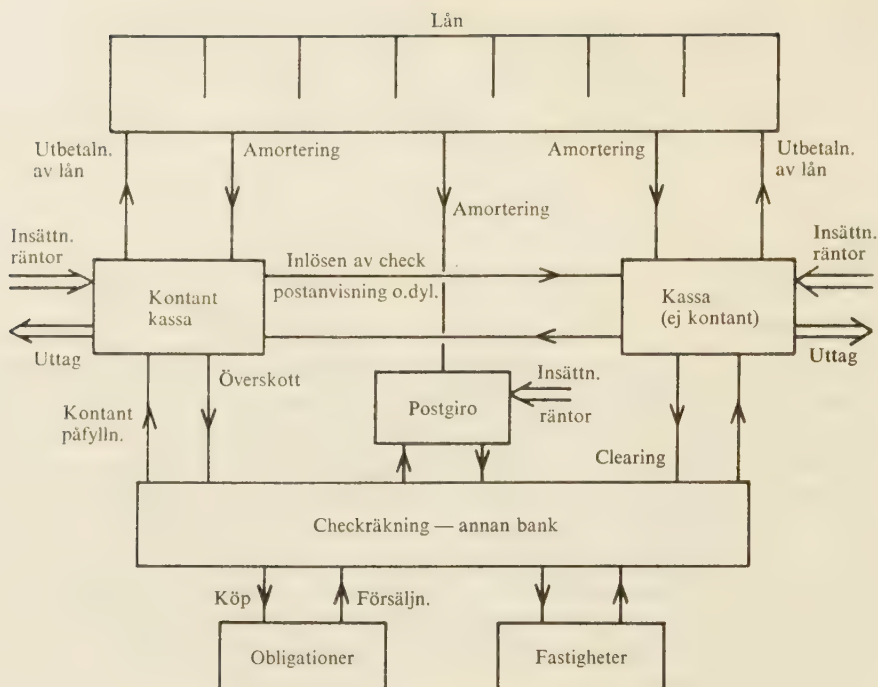


Fig. 1.1: Banken som ett system av dammar och flöden.

dessutom ytterligare två intressanta egenskaper som varierar mellan dammarna. Den ena är deras tillväxthastighet, den andra dess rörlighet. De olika lånedammarna har olika positiv tillväxthastighet medan t. ex. kontantkassan har tillväxthastigheten noll.

Möjligheten att förflytta enheter ur lånedammarna är reglerad i skuldförbindelserna, medan enheterna i t. ex. kontantkassan och postgirot omedelbart kan tas ur dessa.

De i modellen använda begreppen tillväxthastighet och rörlighet motsvarar de normala banktermerna förräntning respektive grad av likviditet.

Banken kan i stor utsträckning styra strömmarna mellan dammarna, men råder inte direkt över strömmarna mellan omgivningen och systemet av dammar. Dessa senare strömmar, som består av kundernas insättningar och uttag, av låneräntor, avgifter och diverse kostnader, kan banken påverka indirekt t. ex. genom sin räntepolitik och sina marknadsföringsåtgärder. Av detta ger modellen dock ingen beskrivning.

En stor del av de beslut som fattas i banken syftar till att styra strömmarna för att reglera nivåerna i de olika dammarna.

Ju större del av det totala värdet i systemet som ligger i lånedammarna ju större är den totala tillväxthastigheten. I gengäld är rörligheten liten. Det motsatta förhållandet råder om större delen ligger i t. ex. kontantkassan.

Den långsiktiga avvägningen mellan dessa två ytterligheter behandlas bl. a. av Cohen och Hammer som utvecklade en "asset-management" modell (ibid., 1967, p. 66). SPADAB beslöt att vidareutveckla denna (Andersson och Bjerke, 1971).

För att uppnå de långsiktiga målen krävs en mängd (kortsiktigt verkande) beslut ifråga om styrningen av strömmarna och regleringen av nivåerna i dammar-na.

Utan att vi ännu går närmare in på bankledningens mål kan vi ganska oprecist påstå att man inte vill ha mer än nödvändigt i dammarna med tillväxthastigheten noll. Eftersom strömmarna mellan omgivningen och dessa dammar är stora, varierande och dessutom svåra att i detalj förutse, uppstår ett behov av att ofta reglera deras nivå.

Dammen "kassa (ej kontant)" är nästan uteslutande utsatt för ett inflöde från systemets omgivning. Regleringen av dess nivå utgörs därför alltid av en sänkning av denna. Detta sker oftast genom att innehållet per post sänds till clearingcentralen i Stockholm och där överförs till checkräkningen i Sparbankernas Bank. Detta kan icke ske oftare än en gång per dag. På grund av dessa yttre begränsningar på handlingsmöjligheterna är styrproblemen små.

Förhållandena är helt annorlunda för "kontantkassan". Den är oftast utsatt för en avtappning till omgivningen. Bankens styrning måste alltså huvudsakligen syfta till att öka nivån. De styrproblem som uppstår här kan ges formen av en fråga. Hur mycket skall nivån höjas vid en reglering och hur ofta skall regleringarna ske?

Problemet kompliceras av att avtappningshastigheten är varierande och svår att förutsäga. Härigenom uppstår risken att dammen töms helt, eftersom en påfyllning från bankens sida icke kan ske momentant.

Denna risk var man i banken starkt medveten om, och detta resulterade i att man höll en hög nivå på kontantkassan. Man hade uppfattningen, att denna nivå troligen var onödigt hög men ansåg sig inte kunna sänka den utan bättre kunskap om problemet.

SPADAB beslöt att närmare utreda förutsättningarna för att lösa problemet och söka få en uppfattning om vilka ekonomiska konsekvenser en förbättrad styrning kunde antas få och initierade därför en förstudie.

1.1.3 En förstudie

Huvudkontoret och två avdelningskontor i en av de större sparbankerna blev föremål för en liten studie rörande dimensioneringen av kontantkassorna (Lohmander, 1967).

På ett av avdelningskontoren uppmättes kontanttrörelserna under några dagar och på basis av dessa uppgifter simulerades kontantbehovet i kassan. Resultatet visade, att om man valde risken att kassan skulle gå tom under dagen till 1/2 % (dvs. ca 1 gång om året), skulle man kunna sänka den dåvarande normalnivån med ca 50 %. I stället för att ha omkring 100 000 kronor i kontanter vid dagens början kunde man nöja sig med 50 000. De insparade 50 000 kronorna kunde i stället placeras räntebärande och ge en årlig intäkt på några tusen kronor.

Detta resultat stöddes av bankledningens uttalande att man för kortare perioder kunnat sänka sina kontantkassor med liknande procentsatser, men med den stora osäkerhet man kände inför variationerna i behovet och bristen på styrinformation, hade man snart återgått till det vanliga läget.

Totalt låg banken med omkring 3 miljoner kronor i kontanter — en sänkning med 33 % skulle ge en intäktsökning kring 60 tusen kronor per år.

Bl. a. på basis av resultaten av förstudien beslöt SPADAB att ställa resurser till förfogande för utveckling av ett system för dimensionering av kontantkassan i en bank. Härigenom möjliggjordes för författarna att utföra förevarande studie.

1.2 Inledning till problembeskrivningen

Det problem vi i fortsättningen kommer att ägna oss åt är alltså dimensioneringen av kontantkassan i en sparbank.

Problemet är icke tidigare behandlat i U.S.A., kanske mest beroende på att bankerna där på grund av legala begränsningar måste ha så stor kontantkassa att något dimensioneringsproblem icke uppstår.

Walldin har för svenska affärsbankers räkning angripit problemet och gett en ytterst kortfattad beskrivning (Walldin, 1969, pp. 73—83) ur vilken man ingenting kan utläsa om de matematiska eller statistiska modeller, som eventuellt har använts. Det är heller inte möjligt att bedöma om planeringssystemet är praktiskt lätthanterligt eller besitter tillräcklig adaptivitet.

Vid tekniska högskolan i Otnäs, har Sigmundt (1970) för en finsk affärsbanks räkning behandlat problemet i ett diplomarbete som kom i våra händer på ett mycket sent stadium. Beskrivningen av bank, kassa och kunder, av målen för styrningen och av beslutsfattarna är mycket kortfattad. En stor del av arbetet behandlar prognosmodeller. Den modell han väljer hade vi funnit mindre lämplig (se kapitel 9). Han tar vidare upp lagermodeller samt skisserar ett system för totaloptimering av kassahållningen för banken som helhet. Det sistnämnda kan vara intressant och vi kommer att beröra det i kapitel 12.

Vi kommer att i nästa avsnitt föra en allmän diskussion om kundernas behov av kontanter, varefter vi i 1.4 ger en presentation av problemet ur bankens synvinkel. 1.5 ägnas åt problemdefinition och avgränsningar. Detta avsnitt följs av en kort översikt över avhandlingens innehåll varvid vi även uttrycker våra syften. Vi avslutar detta inledande kapitel med ett avsnitt om vår behandling av litteraturen.

1.3 Behov av kontanter

Problemet att styra kontantkassan skulle helt bortfalla om pengar inte funnes i form av kontanter. Kan styrproblemet lösas genom att man helt enkelt avskaffar kontanterna?

Vi kommer att ägna de närmaste sidorna åt bankkundernas behov av kontanter och något diskutera troliga utvecklingslinjer. För att få perspektiv på denna diskussion inleder vi med några historiska notiser som säger en del om hur och varför pengarna infördes. En utförligare historik finner man t. ex. i Samhaber (1964) varifrån vi hämtat våra uppgifter.

1.3.1 Historik

Under årtusenden har människorna bytt vara mot vara. Det är en invecklad procedur. Redan för fem tusen år sedan hade sumererna i Mesopotamien uppfunnit konsten att räkna och skriva. Därmed var grunden lagd för att genomföra invecklade bytesaffärer. Man kunde åsätta varje sak ett bytesvärde i förhållande till

andra ting. En ox var värd fyra grisar eller tjugo säckar hirs. Men oxen kunde vara mager eller fet — kanske den var värd tjugo säckar hirs. För att till fullo kunna dra nytta av räknekonsten behövde man en allmängiltig värdeenhets som inte var underkastad oxarnas variation i kvalitet. Sumererna valde silvret och grundenheten blev viktenheten — silverpundet. Som komplement till denna — för värdefullare ting — valdes guld.

Men ännu fanns inga mynt. Silver och guld var sällsynta metaller och användes endast som bas för jämförelser av olika varors värden. Vi hade det kontantlösa samhället. Det fanns fortfarande inget enkelt sätt att jämnar ut bytesaffärer där värdena på de bägge sidorna skilde sig.

Det var en naturlig utveckling då man tog nästa steg. Silvret började att användas inte bara som symbolisk värdeenhets i beräkningar utan också i små stycken för att få vågskålarna i en ojämn bytesaffär att väga lika. Mynten hade skapats.

När köpenskapen tack vare sifferkunskap och pengar snabbt utvecklades växte också bankirståndet upp. Krediter lämnades mot ränta. Snart tog man emot andras pengar och placerade dem på ett vinstgivande sätt. Kreditivbrev utfärdades.

Man hade nu medel att transferera värden på ett enkelt sätt i både rum och tid. Individen kunde få pengar för sina prestationer och sedan själv välja tillfälle och plats för att byta ut dessa mot varor och tjänster.

Men pengar har en nackdel. Ägaren är den som har pengarna. Man kan inte se varifrån de kommer. Att samla pengar på hög kan vara riskabelt. Att ha för mycket pengar i fickorna kan locka en rånare. För individen är det väsentligt att kunna lämna sina pengar till förvaring på ett säkert ställe tills de skall användas. Bankerna har under århundraden fyllt denna uppgift. Eftersom de deponerade pengarna kan lånas ut av banken till personer som är villiga att betala för denna förmån, är det naturligt att banken ger betalt till insättaren.

För individen fyller alltså banken den dubbla funktionen att skydda pengarna mot stöld eller brand och att betala ränta för dem så länge ägaren inte anser sig behöva dem. När den tiden kommer skall banken återlämna de pengar som deponerats. Så länge pengar används är det alltså ett krav från individen att banken tar emot dem, bevarar dem och betalar ut dem efter hans önskan.

1.3.2 Det kontantlösa samhället

Det har från och till talats om det kontantlösa samhället. Den 28.3.1971 var en artikel införd i SDS där rubriken lød: "Pengarna kan avskaffas i Danmark redan 1973?". Behovet av kontanter har i viss mån avtagit i och med att checkar och kreditkort införts. Dessa betalningsmedel har dock sina givna nackdelar. Varje check skall registreras, skickas till clearing och dras av på checkräkningsinnehavarens konto. Allt som allt beräknas att hanteringen av en check kostar banken ungefär 28 öre/transaktion (Larsson, 1968, p. 30). Detta innebär att det blir olönsamt att använda checkar som betalningsmedel när det gäller små transaktioner, t. ex. vid betalning i kiosker för cigaretter och tidningar.

Kundens intresse är att så enkelt och billigt som möjligt genomföra de transaktioner han önskar. Det finns olika aspekter att ta hänsyn till. I den mån det gäller stora belopp måste kunden beakta säkerhet och räntekostnader. Risken för rån, stöld och överfall finns alltid och när det gäller stora belopp kan förlusten bli kännbar. Stora kontantbelopp som ligger, innebär att man går miste om en alternativränta av icke negligerbar storlek.

Om vi däremot sysslar med små belopp kan man bortse från räntekostnaden. Vid stöld och rån är förlusterna överkomliga. Detta innebär att kontanter vid små transaktioner är bekväma, har låga kostnader och är inte förknippade med någon stor säkerhetsrisk.

Utvecklingen mot det kontantlösa samhället fick en knäck i och med att checkbedrägerierna ökade så att Rikspolisstyrelsen såg sig föranlåten att rekommendera Svenska Bankföreningen och Svenska Sparbanksföreningen att slopa bankgarantin på checkar under 500 kronor. Bankerna accepterade Rikspolisstyrelsens begäran och slopade bankgarantin.

”Den nya rekommendationen skiljer sig från nu gällande regler i följande avseenden.

1. Bankernas ansvar för checkar på högst 500 kronor, som mottagits på de i rekommendationen angivna betalningsställena, skall fortsättningsvis *icke* gälla för
 - a) förfalskad check eller
 - b) check som eljest använts såsom ett led i sådant brottsligt förfarande att kontot ej kan belastas med checkbeloppet.

Såsom ’brottsligt förfarande’ enligt b) räknas dock icke sådan i 74 § checklagen angiven checkförbrytelse, som består *enbart* däri att check utfärdats utan täckning.”

(Svenska Sparbanksföreningen, meddelande 59.03.04, 1971, p 1)

Detta beslut från bankernas sida resulterade i att Sveriges Köpmannaförbund rekommenderade sina medlemmar att från och med den 1 juli 1971 inte längre acceptera checken som betalningsmedel.

Huruvida denna tillbakagång mot ett ökat användande av kontanter är en tillfällig företeelse eller ett bestående fenomen är svårt att sia om. Klart är dock, att kontrollproblemet är synnerligen svårbemästrat när kontanter ersätts med andra typer av betalningssystem som checkar, hemterminaler, kreditkort. De system som diskuterats har alla det gemensamt, att hanteringskostnaden (inklusive kontrollen) är relativt hög.

1.3.3 Sammanfattning

Vi finner det inte troligt att mynt och sedlar kommer att helt försvinna inom en överskådlig framtid.

Däremot finns det naturligtvis olika möjligheter att förändra kundernas anspråk på kontanter. Införandet av checkar har förmodligen gett en sådan förändring. Likaledes bör handelns ovillighet att mottaga dessa checkar efter 1 juli 1971 ha medfört en förhöjning av kontantbehovet, och därmed de anspråk kunderna ställer på bankens kontantkassa.

Kassörernas erbjudande om postväxel eller bankcheck för större belopp kan ge effekten att antalet större kontantuttag minskas. Vi kommer i fortsättningen inte att i större utsträckning uppehålla oss vid sådana möjliga vägar att förändra kundernas behov av kontanter.

Så länge kontanter finns och bankerna är de institutioner som skall uppfylla kundernas anspråk på dessa kontanter, kommer kassadimensioneringsproblemet att existera för banken. Variationer i kundernas behov förändrar icke problemet i princip. Vi kommer därför att betrakta detta behov som opåverkbart från bankens sida och givet av det faktiska beteende kunderna visar vid bankens kassor.

1.4 Kassadimensioneringsproblemet

Problemet att dimensionera kontantkassan är inget specifikt sparbanksproblem. Det har lika stor relevans för affärsbankerna, jordbrukskassorna och posten. Därför finns det ingen anledning att binda problembeskrivningen alltför hårt till den speciella sparbanksmiljön. Då våra undersökningsdata emellertid uteslutande härrör från sparbanker, kommer vi i många stycken att beskriva situationen där.

1.4.1 Kontantinnehav och kontantförsörjning

Det totala kontantinnehavet i banken ligger fördelat på de olika kontoren. Inom varje kontor finner vi kontanter dels hos huvudkassan dels hos frontkassorna (som vi även kallar kundkassorna). Det är de senare kunden kommer i kontakt med. På mindre kontor är huvudkassan ofta samtidigt frontkassa. I varje kassa kan vi se kontanterna uppdelade på olika valörer, och vi finner dessutom trasiga sedlar, vilka bedöms som oanvändbara. Vissa kontor har en sedelautomat från vilken kunderna kan ta ut pengar också då banken är stängd. Automaten innehåller endast 100-kronorssedlar.

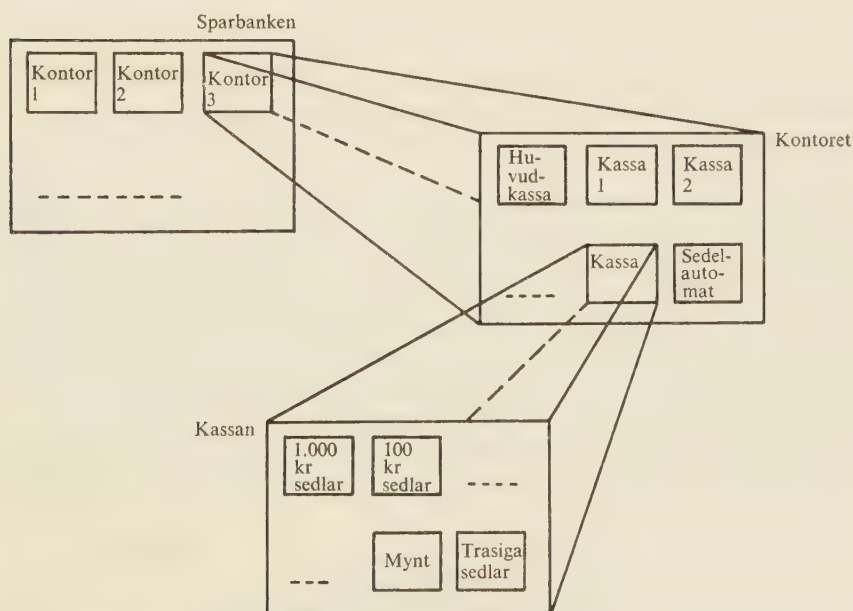


Fig. 1.2: Fördelning av bankens kontantinnehav.

Då frontkassorna behöver påfyllning vänder de sig till huvudkassan på kontoret, vilken svarar för kontorets försörjning med kontanter. Oftast gör huvudkassan detta genom huvudkassan på ett annat kontor eller genom direkt kontakt med ett av riksbankens kontor. (Se figur 1.3)

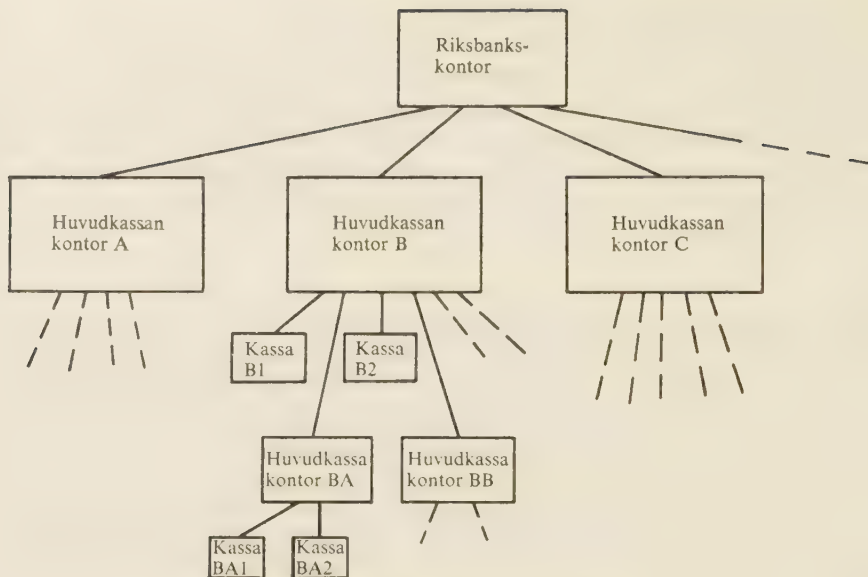


Fig. 1.3: Den interna kontantförsörjningen.

1.4.2 Det enskilda kontoret

Det enskilda kontoret har kontant rörelser åt i princip två håll, dels internt inom banksystemet dels externt till och från kunderna (fig. 1.4).

I banksystemet ingår då dels den egna bankens kontor, dels riksbanken och ev. andra banker.

Kontoret har på grund av sitt geografiska läge en viss potentiell kundkrets. Den är naturligtvis inte skarpt avgränsad, en del av den är ofta även potentiella kunder till andra kontor. Varje dag kommer en del av kundkretsen in i bank-lokalen och sätter in eller tar ut kontanter. Detta sker i någon av frontkassorna.

Vi kommer längre fram att visa, att de olika kassornas kunder i regel icke avviker från varandra ifråga om kontantkrav. Det finns alltså av det skälet ingen anledning att generellt arbeta med olika kundpopulationer för olika kassor på kontoret. Det som ofta skiljer mellan olika kassor är antal kunder under en dag. Detta beror oftast på kassans läge i banklokalen. En kassa som ligger nära ingången har i regel fler kunder per dag än en som ligger avsides. Den tid kassan är öppen under

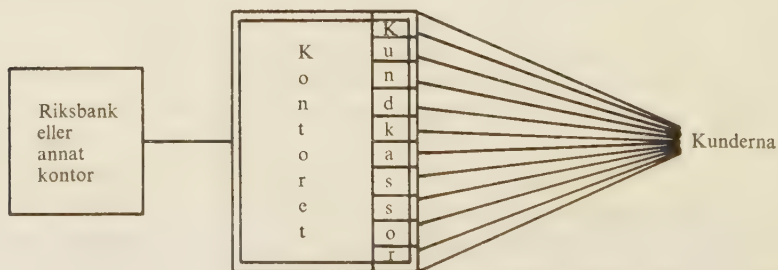


Fig. 1.4: Det enskilda kontorets kontant rörelser.

dagen är naturligtvis också av stor betydelse. Även kassörens person kan vara en faktor som påverkar kundfrekvenserna, vissa kassörer är populärare än andra. Sjukdomsfall, semestrar och ledigheter förändrar ofta bilden så att vissa kassa-platser stängs med kort varsel, andra öppnar.

Vad gäller de interna kontantörelserna skiljer sig olika kontor i fråga om typ av intern kontakt. De mindre kontoren har oftast förbindelse med ett av bankens större kontor, ibland också med en annan bank på orten. De större kontoren har många gånger direkt förbindelse med riksbanken. Beroende på vilken typ av förbindelse kontoret har blir kostnaden och väntetiden vid en kontantpåfyllning olika stor.

Om vi nu aggregerar samtliga frontkassor och ser på kontoret som en enhet och bortser från olikheter i fråga om kontantleverantörer, får vi följande förenklade bild (fig. 1.5).



Fig. 1.5: Kontorets kontantkassa.

Vid denna förenkling har vi alltså lagt åt sidan problemet att fördela kontorets kontantkassa på huvudkassan och de olika frontkassorna.

1.4.3 Dimensioneringsbesluten

Vi kommer längre fram att mera utförligt diskutera beslutsfattare och beslutsfattande och ger här endast en mycket kortfattad beskrivning.

I de flesta banker dimensioneras frontkassorna av respektive kassör och huvudkassorna av huvudkassören. Kontorsföreståndare och bankledning ingriper sällan och i så fall endast med allmänt hållna direktiv, såsom t. ex. att kassorna bör sänkas eller att kassorna inte får överstiga ett visst belopp.

Detta decentraliserade beslutsfattande är en naturlig följd av bristen på konkret kvantifierad information om kundernas behov. Genom erfarenhet får kassören en kunskap om dessa behov och deras variationer. Denna kunskap förmedlas icke vidare och därför är det svårt för bankledningen att ifrågasätta kassörens bedömning och ingripa i detalj i beslutsfattandet.

1.4.4 Målsättningen

Det uppfattas lätt som meningslöst att ha preciserade mål, om måloppfyllelsen inte kan mätas. Med tanke på svårigheterna att få fram relevant kvantifierad information om kundernas kontantbehov, är det därför inte förvånande att finna att målen formuleras mycket svävande. Det är vanligt med allmänna uttalanden om, att man inte skall ha för mycket i kassan, dock skall kunderna alltid få de kontanter de önskar.

Man har därför allmänt dimensionerat i första hand efter målet att kassan aldrig skall bli tom och som en följd härav arbetat med mycket stora säkerhetsmarginaler.

1.5 Problemdefinition och avgränsningar

Den situation vi illustrerade i figur 1.5 kan uppenbarligen ses som ett lagerproblem. Problemet är icke endast skenbart, eftersom utflödet nästan alltid är större än inflödet.

Låt oss peka på en väsentlig egenskap hos detta lager. Kunderna genererar både ett inflöde till och ett utflöde från lagret. Båda dessa är stokastiska.

I lagerlitteraturen behandlas nästan uteslutande fallet med enbart stokastiskt utflöde. I de fall båda typerna av flöden förutsatts har man gjort den väsentliga begränsningen att anse det ena som konstant.

Detta leder oss till att närmare studera det allmänna problemet med ett lager där både in- och utflöde är stokastiskt.

1.5.1 Kompletterande modelltyper

En lagermodell som avser ett lager med stokastisk efterfrågan måste vid applicering på ett konkret, reellt problem kompletteras med en prognosmodell, så att den stokastiska efterfrågan i en framtid kan skattas.

Ett verkligt lager har i regel speciella egenskaper som tvingar fram en särskild anpassning av den allmänna modellen och som eventuellt medger förenklingar i denna. Kartläggningen av egenskaperna hos det verkliga lagret kräver därför en beskrivningsmodell av allmännare natur än de många gånger hårt specialiserade och avgränsade lager- och prognosmodellerna.

Denna beskrivningsmodell bör fungera som en sammanhållande ram där begreppen på såväl modellnivå som objektnivå kan mötas.

1.5.2 Avgränsningar på objektnivå

Vi förutsätter kundernas krav som givet och kommer endast i mycket liten utsträckning att diskutera möjligheter för banken att förändra dem. Däremot kommer vi att betrakta kravet icke som statiskt utan som föränderligt utan att gå närmare in på vad som förorsakar eventuella förändringar.

Vi kommer inte heller att söka utreda varför kunderna har de krav på kontanter som vi observerat i bankkassan. Vi kommer endast att beskriva kunden i form av det belopp varmed kontantbehållningen i kassan förändras som en följd av hans besök i banken.

Vi utgår alltså från att kundernas krav skall tillfredsställas av kontoret i större eller mindre utsträckning. Detta medför ett krav från kontoret på andra kontor inom eller utom den egna banken. Vi illustrerar detta i fig. 1.6.

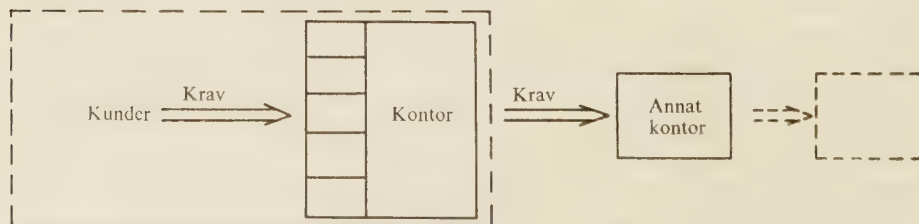


Fig. 1.6: Kedja av kontantkrav och leverantörer.

Vi avser i första hand att utreda vilka konsekvenser kundernas krav kan få för kontorets krav på nästa led i kedjan. Vi avser alltså inte att göra en totaloptimering vare sig av sparbankssystemet eller den enskilda sparbankens kontantinnehav.

Kontorets krav på dess leverantör är en konsekvens dels av kundernas krav, dels också av de mål kontoret satt för sin kassaverksamhet, dvs. i vilken utsträckning och på vilket sätt kontoret avser att uppfylla kundernas krav.

Vi kan vidare notera att eftersom kontorets krav på dess leverantör måste uppfyllas före kundens krav på kontoret, måste det förstnämnda basera sig på någon form av uppskattning av hur stort det sistnämnda kommer att bli.

Kostnaderna för kontoret att få sina krav på sin leverantör uppfyllda, liksom den tid detta tar, varierar starkt mellan kontoren. Vi kommer inte att analysera de problem detta förorsakar men kommer i de avslutande kapitlen att beröra dem.

I det följande kommer vi från och till att göra ytterligare mindre avgränsningar eller utvidgningar i samband med analysen. Dessa kommer då att explicit diskuteras.

1.5.3 Lagermodellen

Bankkassan kan alltså ses som ett lager där både in- och utflöde är stokastiska. Denna egenskap delar bankkassan med vissa andra lager.

För en kraftverksdamm gäller, att inflödet beror på hur mycket nederbörd som faller inom det område som avvattnas av dammens tillflöden. Utflödet styrs av den efterfrågan på elkraft som kraftverkets kunder visar. För kraftverkets lager av vatten gäller alltså, att det är utsatt för ett stokastiskt såväl inflöde som utflöde.

Ett annat exempel kan vi beskriva på följande sätt. Från ett grossistlager levereras till ett antal detaljister utan beställning varor i kvantiteter och vid tillfällen som följer en uppgjord plan.

På grund av variationer i den lokala efterfrågan kan detaljisten emellertid ibland beställa ytterligare leveranser utöver planerade. Han kan också avbeställa delar av planerade leveranser. I det första fallet får vi ett utflöde, i det andra en sänkning i planerat utflöde vilket kan ses som ett inflöde.

Det lager, som grossisten måste hålla för att kunna möta dessa icke planerade beställningar, kan alltså ses som ett lager vilket är utsatt för stokastiska in- och utflöden.

Den typ av lagermodell vi kommer att behandla är alltså av intresse även för andra lager än det vi i föreliggande avhandling kommer att applicera den på.

1.5.4 Prognosmodellen

Vid prognosticering utgår man från att vissa mönster som observerats kommer att upprepas i framtiden. En prognosmodell måste därför kunna beskriva det observerade mönstret. I antagandet om upprepning ligger i regel tanken på cykliskt återkommande variationer eller det som ofta kallas säsongsvängningar.

För bankerna liksom för t. ex. detaljhandeln gäller att efterfrågan varierar inom veckan såväl som inom månaden. Löneutbetalningar, pensioner och barnbidrag påverkar efterfrågan. Inför veckoslut liksom inför helger är den ofta större än övriga dagar. Månadsvariationerna uppvisar varierande cykellängd eftersom månaderna är olika långa. Likaså ger helgerna upphov till störningar i veckornas jämna cykler.

Datateknikens framsteg, framför allt den ökade interna hastigheten i datorn, har gjort det möjligt att använda beräkningsmässigt komplicerade tekniker för prognosproblem med de ovan nämnda egenskaperna. Sådana tekniker är för prognosändamål sällsynt använda i U.S.A. och praktiskt taget okända i Sverige. Vi kommer att diskutera dem och applicera dem på vårt bankproblem.

1.5.5 Beskrivningsmodellen

Den problemsituation som skall beskrivas kan karaktäriseras som en, där man på kontoret skall fatta beslut om vilket krav man skall ställa på sin leverantör av kontanter för att kunna möta kundernas krav.

Detta beslutsproblem har, som vi tidigare konstaterat, stokastiska inslag. Eftersom kundernas krav icke kan antas vara statistiskt bör en modell av besluts-situationen även innehålla adaptiva drag.

En begreppsapparat som innehåller dessa element är teorin för adaptiva beslutsprocesser. Vi beslöt att söka använda denna teori som beskrivnings- och analys-verktyg. Detta gjorde vi av två skäl. Dels tilltalade den oss och vi bedömde den som ett gott hjälpmedel för en klar och logisk framställning, dels har vi sällan funnit den använd vid beskrivning och analys av ett konkret företagsekonomiskt problem. Vi avser att här visa dess användbarhet.

1.6 Avhandlingens syften och innehåll

Det praktiska skälet till de undersökningar och analyser som resulterat i denna avhandling och därmed det konkreta ekonomiska syftet är

- att utforma ett dimensioneringssystem för kontantbehovet i ett bankkontor.

Detta syfte genererar visserligen avhandlingens övriga syften, men är därmed icke att betrakta som väsentligare än dessa.

Vi har avgränsat problemet enligt de diskussioner som förts i de tidigare avsnitten och kommer att i kapitel 11 presentera det system vi funnit lämpligt.

För att nå därhän kommer vi att använda oss av tre modelltyper för analysen och beskrivningen av bankkassan och dess kunder. Vi illustrerar detta i fig. 1.7.

Vi har tidigare konstaterat att vi var ställda inför ett lagerproblem där både in- och utflöde var stokastiskt. Denna typ av lager är dåligt utredd i litteraturen och eftersom sådana lager förekommer i andra situationer än den vi behandlar här, är det av allmänna intresse att utreda problemet. Vi kommer därför

- att diskutera och utveckla modeller för lager med stokastiskt in- och utflöde.

En genomgång och diskussion av de modeller som redovisas i litteraturen sker i kapitel 2. Eftersom vi inte finner någon modell som har de nödvändiga egenskaperna, blir det nödvändigt att göra en fördjupad analys av lagerproblemet både på objekt- och modellnivå. Efter denna analys återkommer vi i kapitel 10 till en jämförelse och utvärdering av ett antal modeller, därav några nyutvecklade.

Den för analysen och beskrivningen valda teorin för adaptiva beslutsprocesser presenteras i kapitel 3. Vi finner att den icke är direkt användbar på beslutsproblem av en typ som kan representeras av det vi behandlar. Vi avser därför

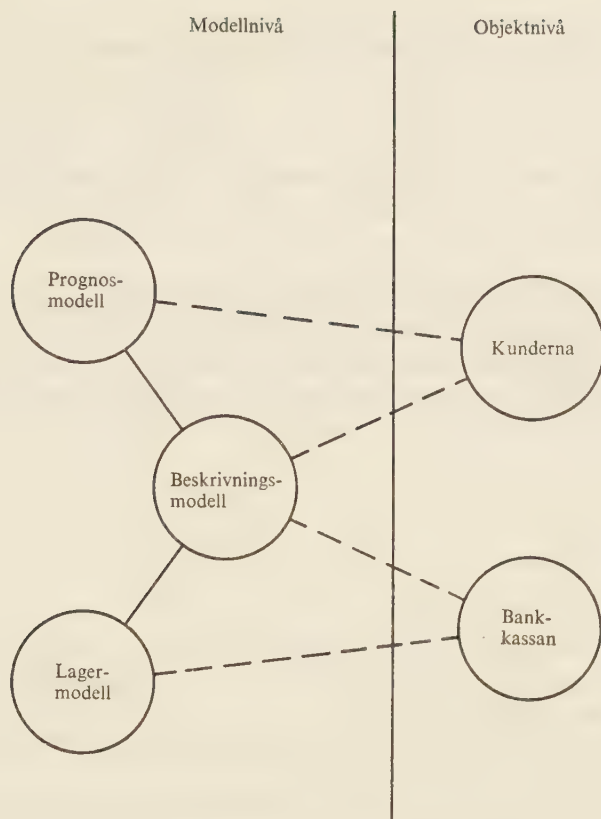


Fig. 1.7: Samband mellan modeller och objekt.

- att bidra till teorin för adaptiva beslutsprocesser med en modell för det fall då beslutsfattaren är hänvisad till intermittenta observationer.

Detta sker i senare delen av kapitel 3. Den resulterande modellen använder vi som en ram för det fortsatta arbetet och vill därigenom dessutom uppnå syftet

- att visa den adaptiva beslutsteorins användbarhet vid beskrivning och analys av ett konkret företagsekonomiskt problem.

Inom denna ram beskriver vi i kapitel 4 och 5 bankkassan och diskuterar målsättningen för beslut om kassastorlek samt de faktorer som bör påverka dessa beslut.

I kapitel 6—8 behandlar vi kunderna och inleder med att i kapitel 6 beskriva uppläggningsen av en serie undersökningar på ett antal sparbankskontor i Danmark och södra Sverige. I kapitel 7 presenterar vi resultat och uppnår därmed syftet

- att beskriva sparbankskunders anspråk på pengar från banken och därvid även jämföra kundpopulationerna vid olika kontor.

I kapitel 8 bearbetar vi undersökningsresultaten på ett annat sätt, för att ur dem få ut information om konsekvenserna för kontorens kontantkassor av kundernas

kontantanspråk. Vi presenterar därvid en modell, som vi utvecklat för att få fram en sannolikhetsfördelning för kundernas samlade påverkan under en dag. Denna modell återkommer vi till i kapitel 10 i samband med diskussionen om lämpliga lagermodeller.

Innan denna diskussion tas upp, utreder vi i kapitel 9 vilka prognosmöjligheter som föreligger. Som tidigare nämnts kommer vi att ta upp tekniker som inte är allmänt använda men väl lämpade för den typ av data de här skall appliceras på. Vi kommer alltså

— att diskutera modeller för prognoser vid ojämn cykelvariation samt pröva en i detta sammanhang ovanlig teknik på data från sparbanker.

Då prognosmöjligheterna sålunda utretts, kommer vi alltså att i kapitel 10 jämföra lagermodeller för att i kapitel 11 redovisa ett system för dimensionering av kontantkassan i en sparbank.

1.7 Litteraturen

1.7.1 Att välja litteratur

Publiceringen av forskningsresultat har ökat lavinartat under de senaste decennierna. Det är inte möjligt att läsa alla publikationer som kan ha relevans för det forskningsområde man arbetar inom.

Vi har använt oss av två vägar att reducera arbetet med litteratursökning och litteraturläsning.

Den ena vägen är att gå igenom sammanfattande verk som sammanställts av specialister på respektive område. Vi väljer av naturliga skäl verk som utgivits så sent som möjligt.

Den andra vägen avser i första hand att täcka in utvecklingen som eventuellt har skett sedan det senaste genomlästa sammanfattande verket skrivits. Eftersom artiklar i ämnet publiceras i en enorm mängd tidskrifter är vi nödsakade att i stor utsträckning lita till det urval, som göres av utgivare till periodiskt utkommande sammanställningar av kortfattade artikelresuméer. I dessa har vi tagit del av det som skrivits under de senaste åren. De "abstracts" vi utnyttjat återfinns i litteraturlistan.

Som komplettering till detta har vi även följt ett antal tidskrifter och dessutom utnyttjat den litteraturkunskap som funnits hos våra personliga kontakter. Vi tror oss på detta sätt ha fått kännedom om den helt övervägande delen av den litteratur som kan vara intressant för vårt arbete.

1.7.2 Att redovisa litteratur

Av naturliga skäl blir det lätt otympligt att redovisa all den litteratur man läst för att den möjligen kunde vara intressant, och de ofta triviala skäl som lett till att man förkastat mängder av metoder och idéer. Hur mycket man tar upp och diskuterar beror på hur intressant man anser denna diskussion vara, dels ur allmänna synpunkter, dels i relation till det problem man behandlar.

Vi har varit medvetet restriktiva i fråga om referat ur och diskussioner om publicerade metoder och modeller.

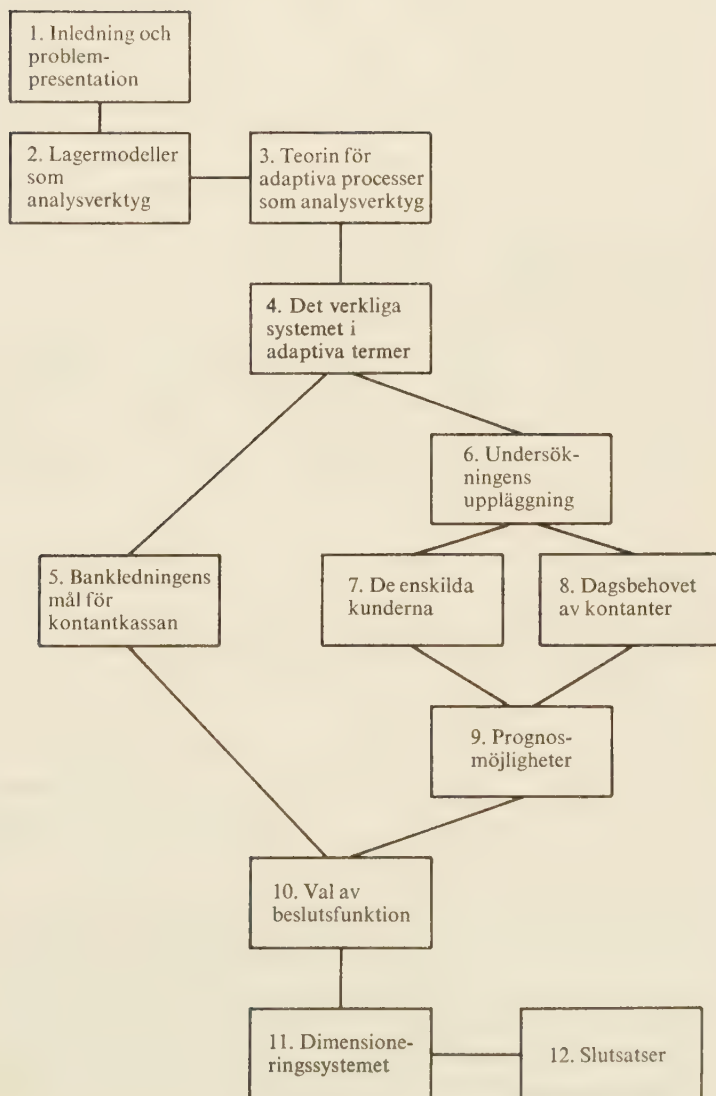
I det följande kommer vi att möta i huvudsak tre metodområden.

Vi kommer att behandla prognosmodeller, lagerstyrningsmodeller samt modeller för beskrivning och analys av beslutsproblem.

Beträffande de två första kommer vi att diskutera olika möjliga angreppssätt. Vi jämför olika modellers egenskaper med egenskaperna hos vårt problem. Dessa diskussioner och överväganden leder fram till vårt val av modell. Vi grundar våra bedömningar i stor utsträckning på i litteraturen redovisade egenskaper hos modellerna. Av detta följer att referat ur och diskussioner om publicerade verk inom området utförs.

Inom det tredje metodområdet kommer vi däremot inte att göra jämförelser mellan den av oss valda ansatsen och andra möjliga. Vår avsikt är i detta fall inte att försöka finna den i någon mening bästa metoden. Vårt syfte är i stället att visa den valda modellens praktiska användbarhet i en konkret analyssituation och dessutom få en ram för beskrivning och analys av vårt problem.

2. Lagermodeller som analysverktyg



2.1 Allmänt om lagerstyrning

Lagerstyrning i allmänhet går ut på att minimera kostnaden för lagerhållningen. Man särskiljer som regel 3 typer av kostnader som har en tendens att motverka varandra, så att om den ena minskar så ökar någon av de andra.

1. Lagerhållningssärkostnader
2. Bristkostnader
3. Inköpssärkostnader

För att minimera summan av dessa gäller det att avgöra

1. när varan skall beställas och
2. hur mycket som skall beställas.

Vilket lagerproblem man har beror på vilken typ av vara det gäller. Vissa varor t. ex. maskiner fordrar för att kunna tillverkas att man har tillgång till varje enskild detalj. I sådana fall kan man inte med gott resultat beräkna lagerhållningskostnad för var och en av detaljerna till maskinen utan man måste istället styra hela produktionsapparaten och arbeta med stycklistor o. dyl.

När det gäller enstaka varor måste hänsyn tas till rabatter, leveranskonditioner, förpackningsenheter, andra affärer med samma leverantör, möjligheter för samlastning och transportkostnader på olika transportmedel.

2.2 Specificering av vårt problem

Det lager vi behandlar i detta arbete är enkelt såtillvida att det endast innehåller ett mycket begränsat antal varuslag. Totalt finns cirka 15 olika valörer.

2.2.1 Uppdelning av valörerna i tre klasser

1. 10 000 kronors sedlar
2. Valörer från 1 krona till 1 000 kronor
3. Växelmynt mindre än 1 krona.

Olika valörer kan i viss mån substituera varandra. Så kan t. ex. 10 000 kronors sedlar nästan alltid ersättas med lägre valörer. Klass 1 är därför av begränsat intresse. Kännetecknande för denna substituerande förmåga är att enheter från lägre klasser kan substituera i högre men icke tvärtom. Det faller sig därför naturligt att tillse att varor ur klass 3 alltid finns i överskott, speciellt som lagerhållningskostnaden för denna grupp är liten. Av detta resonemang följer, att den intressanta gruppen att dimensionera är nummer 2 som dels kan tjäna som substi-

tut för grupp 1, dels används i stor omfattning och drar stora lagerkostnader. Vi bortser alltså tills vidare från klasserna 1 och 3 och sysselsätter oss uteslutande med nummer 2.

Resultaten från våra undersökningar tyder på att kassörerna på ett riktigt sätt kan bestämma proportionerna mellan de olika valörerna i sina kassor. Vi återkommer längre fram i detta arbete till hur vi har kontrollerat och bestämt proportionerna mellan de valörer som ingår i grupp 2. Tills vidare behandlar vi dock problemet som om det gällde endast en enda valör.

Detta underlättar framställningen, eftersom de traditionella lageroptimeringsmodellerna endast behandlar *en* vara. På detta sätt kan vi bortse från de teorier som sysslar med att styra hela produktionssystem och som beställer varor i den omfattning som produktionsapparaten har behov av. I detta sammanhang kan nämnas att flera datamaskinproducenter har standardprogram för produktionsstyrning.

2.2.2 Inspektionsperiod

Det finns två olika modelltyper inom lagerteorin med avseende på bestämning av inköpskvantitet per tidsenhet. En modelltyp har postvis bestämning av inköpstillfället och en har fast inspektionsperiod. Det blir alltför omständligt att arbeta med postvis bestämning i vårt fall. Det har fallit sig naturligt att använda en fast inspektionsperiod. Dennas längd är också given i vårt fall. Den är bestämd till en dag.

2.2.3 Beroende mellan det stokastiska inflödet och det stokastiska utflödet

Ett förhållande som ytterligare komplicerar bilden är att det förmodligen finns samvariation mellan inflödet och utflödet. Det är t. ex. troligt att båda ökar vid månadssluten. Vi får längre fram se vilka effekter detta har på de modeller som finns för att bestämma lagerstorlekarna.

2.2.4 »Loss of sales«

Det anses från bankhåll som mycket viktigt att kunna tillhandahålla kontanter. Kostnaden för förlorat anseende om kontanter inte finns tillgängliga skattas högt.

2.2.5 Utflödets och inflödets fördelningar

Resultaten i Bengt Lohmanders uppsats 1967 "Lageroptimering för en bankkassa" tyder på att både inflödet och utflödet kan anses approximativt lognormalfördelat. I kapitel 7 kommer detta förhållande att närmare diskuteras. I den fortsatta diskussionen antages att lognormalfördelningen är en god approximation.

2.2.6 Sammanfattning av de krav vårt problem ställer på modellen

Vi kommer i detta kapitel att gå igenom olika teoretiska modeller som finns för lösning av lagerproblem. Detta kommer vi att göra så att vi för var och en av formlerna redogör för vilka approximationer som behöver göras och hur realistiska dessa är med utgångspunkt från vårt problem. Av denna anledning görs här en

sammanfattning av de krav som ställs på modellerna för att vi senare i kapitlet skall kunna återvända till dessa allteftersom de olika modellerna går igenom.

Kraven är följande:

1. Inspektionsperiodens längd 1 dag.
2. Stokastiskt utflöde.
3. Stokastiskt inflöde.
4. Samvariation mellan stokastiskt utflöde och inflöde.
5. "Loss of sales" skall beaktas.
6. Modellen skall utnyttja den information som ligger i att det stokastiska utflödet och det stokastiska inflödet har en fix fördelning där endast två parametrar varierar.

I den fortsatta genomgången börjar vi med de enklaste lagerformlerna. Att vi över huvud taget tar upp Wilson-formeln beror på att den är klassisk och att den i viss mån ligger till grund för andra modeller.

2.3 Wilson-formeln

Med hjälp av denna enkla formel kan optimalt lager bestämmas vid varje tidpunkt (se t. ex. Bierman et al., 1965, p. 144). Utifrån denna modell har man sedan med hjälp av olika antaganden möjliggjort hänsynstagande till badwill, slumpvariation och olika fysiska begränsningar.

För att rekapitulera grundförutsättningarna går vi igenom härledningen av formeln. Modellen minimerar totalkostnaden med avseende på inköpskvantiteten och tar hänsyn till inköpsårkostnader, lagerhållningskostnader och periodförbrukning. Den förutsätter att förbrukningen under året är jämn, att inköpsårkostnaderna är samma varje gång och att lagerhållningskostnaderna är jämt fördelade över perioden.

$$TC = \frac{E_F}{q} C_1 + \frac{q}{2} C_2 \text{ minimeras med avseende på } q \text{ och ger } q = \sqrt{\frac{2E_F C_1}{C_2}}$$

där

q = inköpskvantitet per gång

E_F = efterfrågan per tidsintervall

C_1 = inköpsårkostnad

C_2 = lagerhållningskostnad

Denna modell uppfyller inte något av de krav vi ställer. Eftersom formeln behandlar ett helt annat problem än det vi försöker lösa, finner vi det meningslöst att gå in på vilka approximationer som skulle behöva göras.

2.4 Optimal lagernivå

I boken "Quantitative analyses for business decisions" har Bierman et al., (1965, p. 147) beskrivit en modell för lageroptimering där hänsyn tas till bristkostnad och ett stokastiskt utflöde.

Om denna modell förändras så att den optimala beställningskvantiteten är att beställa upp till optimal lagernivå så kan den sistnämnda beräknas med samma teknik som Bierman et al. använt för sin formel.

Följande beteckningar används:

L = lagernivå

L^* = optimal lagernivå

E_F = efterfrågan under inspektionsperioden

Q = inköpskvantitet per gång

$\bar{E}_F$ = genomsnittlig efterfrågan under inspektionsperioden

$L - E_F$ = enheter som finns kvar i lagret vid nästa inspektionstillfälle

k_i = lagerhållningskostnad per enhet och inspektionsperiod

k_f = kostnad per enhet som fattas i lagret

$E_F - L$ = antalet enheter som fattas i lagret under inspektionsperioden

$f_n(E_F)$ = efterfrågans frekvensfunktion

$$\begin{aligned} \text{Total kostnad} &= \int_{-\infty}^L (L - E_F) k_i f_n(E_F) dE_F + \int_L^{\infty} k_f (E_F - L) f_n(E_F) dE_F = \\ &= Lk_i \int_{-\infty}^L f_n(E_F) dE_F - k_i \int_{-\infty}^L E_F f_n(E_F) dE_F + k_f \int_L^{\infty} E_F f_n(E_F) dE_F - Lk_f \int_L^{\infty} f_n(E_F) dE_F = \\ &= Lk_i F_n(L) - k_i \bar{E} (E_F) + k_f \bar{E} (E_F) - Lk_f [1 - F_n(L)] = A \end{aligned}$$

$$\text{Då } \bar{E} (E_F) = \bar{E}_F - \int_{-\infty}^L E (E_F) \text{ erhålles}$$

$$\begin{aligned} A &= k_i L F_n(L) - Lk_f + Lk_f F_n(L) - k_i \bar{E} (E_F) + \bar{E}_F k_f - k_f \bar{E} (E_F) = \\ &= (k_i + k_f) L F_n(L) - (k_i + k_f) \bar{E} (E_F) + k_f (\bar{E}_F - L) \end{aligned}$$

För att bestämma minimum av "Total kostnad" deriverar vi med avseende på L och löser ekvationen

$$\frac{d \text{ Total kostnad}}{dL} = (k_i + k_f) F_n(L) - k_f = 0$$

$$F_n(L^*) = \frac{k_f}{k_i + k_f}$$

där L^* är optimal lagernivå då

$$\frac{d^2 \text{ Total kostnad}}{dL^2} = (k_i + k_f) f_n(L) > 0$$

vi får

$$\int_{-\infty}^{L^*} f_n(E_F) dE_F = \frac{k_f}{k_i + k_f}$$

Vi har nu härlett en formel som på en rad punkter motsvarar våra krav i avsnitt 2.2.6. Vi har lyckats ta hänsyn till ett stokastiskt utflöde, "loss of sales", inspektionsperiod 1 dag samt att utfördelningen är fix där endast parametrarna varierar. Fortfarande återstår tre punkter enligt tidigare krav. Dessa kan inte tillgodoses med ovanstående formel.

Att inte ta hänsyn till dessa krav när det gäller en normal frontkassa kan inte accepteras, men däremot är formeln användbar då det gäller uttagsautomater. I detta fall har vi endast utflöde från kassan vilket betydligt förenklar problemet.

2.4.1 Ett exempel på dimensionering av en uttagsautomat

Vi möter i detta fall samma problem som hos frontkassorna: vilket belopp skall på morgonen finnas i kassan för att denna skall räcka till nästa dags påfyllning?

Då antalet uttag är någorlunda stort (50—100) per dag kommer enligt centrala gränsvärdessatsen (Lindgren, 1962, p. 145) summan av uttagen att bli approximativt normalfördelad. Vi har antagit att detta gäller trots att antalet uttag i vårt räkneexempel inte alltid är tillräckligt stort. I en snar framtid kan vi dock vänta oss att detta krav är uppfyllt då antalet uttagkort är under stark expansion. Denna modell är alltså endast tillämplig då systemet är någorlunda väl utbyggt. Vårt exempel bygger på data från uttagsautomaten på ett av de undersökta kontoren under tiden 710422—710702.

Ytterligare några problem återstår att lösa innan räknearbetet kan börja nämligen:

- att bestämma vilken räntefaktor som skall användas
- att bestämma hur stor bristkostnaden skall vara om lagret är tomt
- att behandla dag före helgdag då automaten är öppen 3 dagar i sträck utan påfyllning.

Efter diskussioner med expeditionschefen på kontor S3 beslöt vi att fixera räntefoten till 10 % och att sätta bristkostnaden till samma belopp som kunden misslyckats att få ut. Detta innebär alltså att vi t. ex. sätter bristkostnaden till 300 kronor för ett försök att ta ut 300 kronor ur en tom automat. Man kan naturligtvis tänka sig en helt annan konstruktion. Vi går inte in på en diskussion av detta, metoden fungerar lika väl med en annan bristkostnad. Vårt val är endast en exemplifiering.

Det tredje problemet behandlade vi så att vi delade upp materialet i två populationer, en för normala vardagar och en för dag före veckoslut.

För var och en av dessa populationer gjordes en separat dimensionering. Vid beräkningar erhöles följande värden:

Normala veckodagar (NV)	dag före veckoslut *(DV)
$\bar{x}$ 5 353	6 510
s 1 392	2 530

* Dessa värden är beräknade från utflödet som skett från fredagen till måndagen.

Med de tidigare använda beteckningarna får vi:

$$k_f = 100 \text{ kronor}$$

$$k_i = \frac{10 \times 100}{100 \times 360} = \frac{1}{36} \text{ kronor}$$

$$F_n(L^*) = \frac{k_f}{k_f + k_i} = \frac{100}{100 + \frac{1}{36}} = 0.99972$$

Då vi antagit att $F_n(L^*)$ är approximativt normalfördelad erhålles

$$\Phi(u) = 0.99972 \Rightarrow u = 3.45$$

$$L_{NV}^* = 5\,353 + 3.45 \times 1\,392 \approx 10\,200$$

$$L_{DV}^* = 6\,510 + 3.45 \times 2\,530 \approx 15\,300$$

Den verkliga dimensioneringen under motsvarande period var:

$$L_{NV} = 32\,349$$

$$L_{DV} = 32\,100$$

Även om de värden vi beräknat bygger på osäkra antaganden, förefaller den verkliga dimensioneringen ligga något högt.

Enligt vad vi erfarit från expeditionschefen har man varit i stånd att sänka startkassan för uttagsautomaten till ungefär den i detta exempel framtagna nivån. Fram till 711117 hade uttagsautomaten icke någon gång tömts.

2.5 Diskussion av modeller med optimal beställningspunkt och beställningsnivå

Dessa formler är mer komplicerade än de ovan nämnda, eftersom de i princip är en kombination av formlerna i avsnitten 2.3 och 2.4. Då vi inte har någon variabel inköpskostnad av det slag som förutsätts i Wilson-formeln, kommer som tidigare nämnts denna formel inte till användning i detta fall. Samma sak gäller hela den stora grupp av modeller där Wilson-formeln ingår som en del och som kan återföras på den typ av formel som behandlas i avsnitt 2.4. Av denna anledning diskuteras dessa inte vidare i detta sammanhang utan vi övergår istället till en annan grupp av formler, som verkar stå vårt problem närmare, nämligen sådana som behandlar reglering av dammar. Dessa modeller förutsätter att det finns ett stokastiskt ut- och inflöde på samma sätt som är fallet i en bankkassa.

2.6 Lösningar till dammproblem

2.6.1 Inledning

Eftersom vår tanke var att betrakta kassaproblemet som ett lagerproblem föreföll det oss naturligt att göra ytterligare ansträngningar för att i litteraturen finna lösningsförslag till vårt problem. Det visade sig att det inte fanns särskilt mycket gjort på området, men vi fann två artiklar i "The Journal of the Australian Mathe-

mathematical Society” av Floyd (1966) och Takács (1968) och en artikel i ”Transactions of the American Mathematical Society” av Spitzer (1956).

För att i görligaste mån gardera oss att inte missa viktiga artiklar eller böcker tog vi kontakt med institutionerna för statistik och matematisk statistik. Uppgifterna från dem vi frågade på institutionen för matematisk statistik tydde på att dessa tre författare var bland de främsta inom området.

Detta stämde i stort sett med uppgifterna från statistiska institutionen, med det undantaget att man där hänvisade till en sammanställning som var gjord av Gani (1968). Eftersom artiklarna i mångt och mycket överlappar varandra, presenteras materialet så att vi först gör en kort resumé över innehållet i samtliga ovan angivna artiklar. Därefter har vi valt ut den modell vi anser vara bäst anpassad till vårt problem och översatt denna till våra termer. Som avslutning på denna avdelning diskuteras möjligheterna att utveckla modellerna.

2.6.2 Allmänt om dammregleringsmodeller

I de lagermodeller vi hittills diskuterat har input varit deterministiskt. En annan kategori utgöres av modeller för reglering av dammar där både inflöde och utflöde är stokastiskt.

Sannolikhetsfunktioner kan beräknas för när och i vilka mängder olika tillflöden skall komma. De ansatser till lösning på problemet som presenterats i litteraturen, har utgått från två olika premisser:

- dammar med oändlig kapacitet
- dammar med ändlig kapacitet.

Utflödet är stokastiskt. Kunderna får ta ut den kraft de behöver och debiteras i efterhand. Det gäller då att inte ta på sig en större mängd försäljning än man med viss sannolikhet har kapacitet för. I annat fall kan man bli tvungen att tillgodose sina kunder med kraft som köpes från annat håll, vilket ofta är mindre lönsamt.

De lösningar som presenterats har grundats på försök att bestämma de sannolikhetsfördelningar som gäller för inflödet i dammarna. Någon motsvarande ansats när det gäller utflödet har inte gjorts. Orsaken till att det stokastiska utflödet inte beaktas är att sambanden, när både in- och utflöde är stokastiska, blir oerhört komplicerade. Som vi strax skall se, kommer även den enklare modellen där endast inflödet är stokastiskt och utflödet fixt att bli mycket komplicerad.

2.6.3 Ett exempel på en regleringsmodell för en bankkassa

J. Gani har av amerikanska försvaret erhållit medel för att göra en genomgång av vad som gjorts under de senare åren inom lagerteorin. Han rapporterar detta 1968 i en artikel kallad ”Some recent work in the theory of storage”. Denna artikel ligger som underlag för nedanstående exempel.

Vi vill att sannolikheten för att man ska göra en extra påfyllning i kassan skall vara mindre än ett visst värde k_0 . Detta kan skrivas på följande sätt:

$$P \left\{ \min_{T \leq T_0} \left[\sum_{t=0}^T X_t - \sum_{t=0}^T E_{F_t} \right] < -L_0 \right\} < k_0$$

där

T = tidpunkten för underskridandet av kassan

t = tidpunkten

X_t = det stokastiska inflödet

E_{F_t} = den stokastiska efterfrågan

L_0 = startkassan.

Vi betraktar alltså processen endast fram till första gången kassan underskrides. En lösning på detta problem har, enligt Gani, Kendall presterat. Lösningen är gjord under följande förutsättningar: Lagerkapaciteten är obegränsad. E_{F_t} är fixt och lika med 1. X_t kan anta alla diskreta värden från 0 till $r < \infty$. Vidare sker i varje tidsperiod en insättning och ett uttag, insättningen är stokastisk och kallas X_t och uttaget är alltid en enhet.

$$T \geq L_0$$

$$P_j = P(X_t = j)$$

$$F(\theta) = \sum_{j=0}^{\infty} P_j \theta^j$$

Vi kan då skriva sannolikheten för att kassan går tom vid tiden T om den från början var L_0 .

$$P(L_0, T) = \frac{L_0}{T} \left[\left(\frac{d}{d\theta} \right)^{T-L_0} F^T(\theta) \right]_{\theta=0} / (T-L_0)!$$

I vilken mån uppfyller nu denna formel våra krav? De modeller som gäller för dammproblemen är ofta gjorda på långa tidsperioder, ofta upp till 1 år. Detta har dock ingen större betydelse för vår del eftersom 1 år kan översättas till 1 kassadag. Det innebär att man kan anse att kravet om att inspektionsperioden skall vara 1 dag är tillgodosett. Lösningar på de här modellerna har utgått från fast utflöde, dvs. man har inget stokastiskt utflöde. Däremot tar de hänsyn till det stokastiska inflödet under olika förutsättningar och beträffande den punkten måste våra krav anses vara helt uppfyllda.

Någon sambandsfunktion mellan det fasta utflödet och det stokastiska inflödet finns inte. Någon optimal lösning med hänsyn till "Loss of sales" erhålles inte, men eftersom sannolikheten för kassabrist är känd, kan med lätthet bristkostnad läggas in i lösningen och den optimala sannolikheten beräknas. Beroende på detta kan vi anse att de krav vi ställer ifråga om "Loss of sales" är uppfyllt. Vad gäller kravet att vi skall ha en fix fördelning där endast parametrarna varierar så ställer detta inga hinder i vägen, eftersom lösningen inte har några speciella sannolikhetsfunktioner.

2.6.4 Vidareutveckling

Två av de modeller vi behandlat är användbara under vissa speciella förhållanden. Modellen för optimal lagernivå var användbar vid dimensionering av uttagsautomater. Samma lösning kan approximativt anses gälla för en enskild bankkassa om utflödet är betydligt starkare än inflödet. Vi har då möjligheten att approximera kassakravet med nettosumman utflöde – inflöde. Denna summa kommer enligt centrala gränsvärdessatsen (Lindgren, 1962, p. 145) att bli approximativt normalfördelad. Möjligheten att använda modellen är osäker och fordrar att in- och utflöde kartläggs betydligt bättre än hittills gjorts.

Den modell som Gani behandlar är också möjlig att använda, under förutsättning att inflödet är betydligt större än utflödet. Det skulle då vara möjligt att låta utflödet representeras av dagens totala utflöde dividerat med antalet kontanttransaktioner. Detta belopp skulle i så fall utgöra en penningenhetsenhet och inflödet uttrycks i samma sort för att passa i modellen.

På basis av den analys som hittills gjorts finner vi följande tre sinsemellan icke uteslutande alternativ som relevanta.

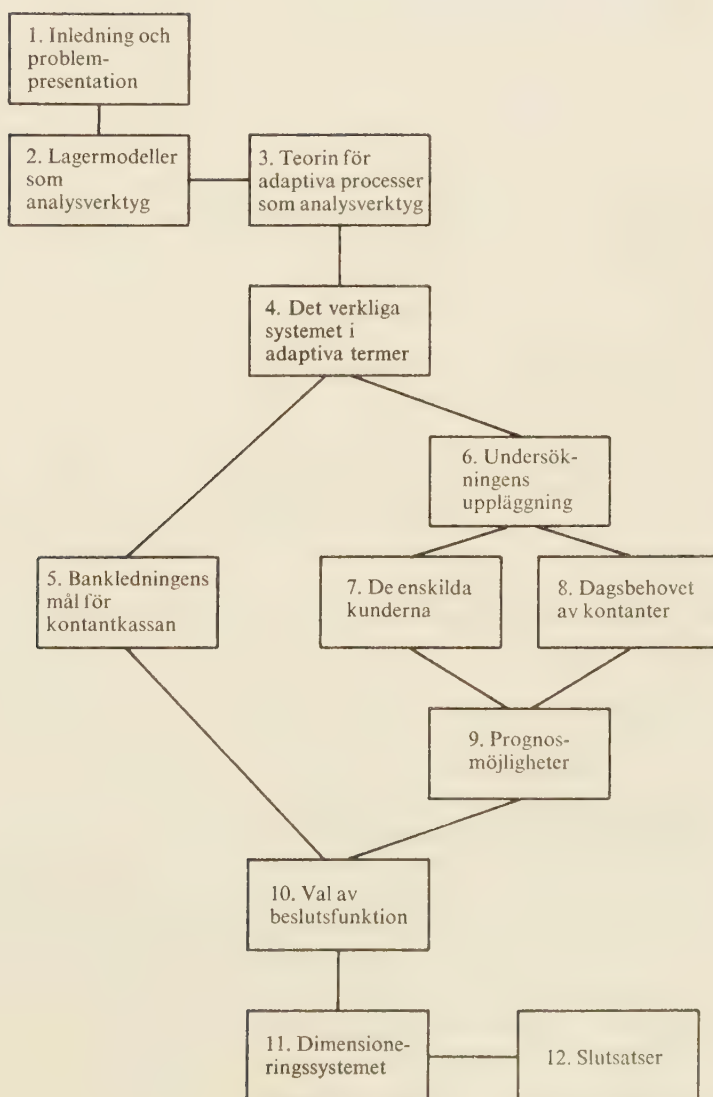
- att ytterligare söka i lagerlitteraturen för att finna modeller som bättre passar problemet.
- att försöka vidareutveckla de analytiska modeller som finns till att omfatta de av oss ställda kraven.
- att ytterligare studera systemet för att med hjälp av den härvid erhållna kunskapen finna någon godtagbar approximation.

Vi valde att angripa det första alternativet så, att kontakt togs med matematisk-statistiska institutionen angående en lösning på detta problem. Att vi valde denna utväg istället för att själva ytterligare leta i litteraturen berodde på att vi redan lagt ner relativt lång tid på detta. Under dessa litteraturstudier hade vi emellertid uppmärksammat, att det som behandlats ifråga om lagerproblem vid stokastiskt in- och utflöde, utförts av matematiker och statistiker. Vi ansåg då att risken att förbigå någon väsentlig artikel i sammanhanget var mindre om någon i denna litteratur bevandrad person hjälpte oss att söka. Förutom en god överblick av den matematisk-statistiska litteraturen kräver detta fördjupade kunskaper i matematisk statistik. Vi återkommer längre fram till resultatet av kontakten med institutionen för matematisk statistik.

Att vidareutveckla de exakta lösningar som redan finns till att omfatta stokastiskt in- och utflöde bedömer vi som utsiktslöst. De försök som Gani med flera gjort leder till oerhört komplicerade uttryck.

Efter de litteraturstudier som gjorts framgick det klart att en ytterligare analys av systemet var nödvändig. Även om alternativ ett skulle ge någon form av resultat, måste förutsättningarna för utnyttjandet av detta otvivelaktigt ställa krav på en bättre kännedom om systemet. Vi väljer med ovanstående motiveringar att närmast ytterligare studera systemet, för att med de kunskaper detta ger vara i stånd att bättre bedöma möjligheterna att använda olika lagermodeller.

3. Teorin för adaptiva processer som analysverktyg



3.1 Inledning

Teorin för adaptiva processer har visat sig värdefull då det gällt att beskriva och bygga styrsystem speciellt i tekniska sammanhang. Den för detta ändamål utvecklade matematiska apparaten har kunnat användas för att i form av t. ex. differens- eller differentialekvationer ange hur systemet reagerar på yttre impulser. Därmed har det blivit möjligt att beräkna vilka styrimpulser som krävs för att systemet skall uppföra sig på det sätt som önskas.

Många typer av processer, även ekonomiska och biologiska, kan ges en abstrakt formulering inom ramen för teorin för adaptiva kontrollprocesser.

Vi har dock inte i litteraturen funnit många exempel på att teorin använts vid lösandet av praktiska, konkreta företagsekonomiska problem.

Murphy (1965) applicerar tankegångarna på beslutssystem där mänskliga beslutsfattare söker nå optimala ekonomiska mål. Efter en kort presentation av begreppsapparaten, som han i någon mån omformat för att bättre passa ändamålet, går han in på ett allmänt investeringsproblem och utvecklar detta med hjälp av teorin.

Hans framställning gav oss impulsen att pröva, om teorin för adaptiva processer är praktiskt användbar i det konkreta fall som utgöres av kassadimensioneringsproblemet.

Vi använder teorin för att analysera problemet. Vi vill med dess hjälp splittra upp det system vi studerar i klart definierade komponenter och dessutom få en god bild av sambanden mellan dessa. När så har skett kan teorin ge oss idéer om vilka komponenter vi vet för litet om och vilka interaktioner som behöver närmare utredas.

Vi använder alltså teorin som analysverktyg. Den matematiska apparat som utvecklats kring adaptiva processer kommer däremot inte till användning vid lösningen av vårt problem.

Murphys framställning ligger som grund, men den begreppsapparat han utvecklat visar sig inte helt räcka till för att beskriva det system vi behandlar. Vi kommer därför att på några punkter ytterligare utveckla hans modeller.

Vi inleder med att i nästa avsnitt sammanfatta de viktigaste begreppen i teorin för adaptiva beslutsprocesser. I 3.3 söker vi beskriva kassadimensioneringsproblemet i teorins termer. Vid en närmare analys i 3.4 finner vi att analysapparaten inte räcker till. Därför gör vi i 3.5 en utveckling av denna, varvid den generella beskrivningen exemplifieras med den speciella tillämpningen på bankkassan. Denna tillämpning mynnar ut i en plan för hur problemet skall behandlas.

3.2 Begreppsapparat

Vi gör en mycket kortfattad genomgång av de väsentliga begreppen som används för att beskriva en adaptiv beslutsprocess. En mer detaljerad sådan finner man t. ex. i Bellman och Kalaba (1965) vars framställning ligger till grund för vårt sammandrag.

Tillståndsbeskrivning

Ett systems tillstånd beskrivs av ett antal tillståndsvariabler $x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_L$ som alla är funktioner av tiden t dvs.

$$x_j = x_j(t)$$

Varje variabel mäter en speciell egenskap hos systemet och vilka variabler vi väljer i en beskrivning beror på vilken information om systemet vi är intresserade av.

Det är praktiskt att använda vektorform och alltså definiera en tillståndsvektor vars komponenter är tillståndsvariablerna

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_j(t), \dots, x_L(t))$$

Vi är intresserade av hur denna vektor varierar över tiden.

Processbeskrivning

Vi betraktar systemet vid vissa diskreta tidpunkter $t_1, t_2, \dots, t_k$ och för att förenkla beteckningarna sätter vi $\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{s}_k$.

Vi kan betrakta $\mathbf{s}_k$ som ett element i en mängd M . Betrakta vidare en transformation T_k av M på M . Då är $T_k(\mathbf{s}_k) = \mathbf{s}_{k+1}$ också ett element i M och uttrycker därmed ett värde på systemets tillstånd.

Vi kan alltså beskriva systemets tillstånd med en vektor och se förändringar i tillståndet som en transformation av denna vektor.

Transformationen kan vara oberoende av steget i processen dvs. $T_k = T$ för alla k . Processen är då stationär.

Värdefunktion

Det kan vara intressant att betrakta egenskaper hos funktioner från M till R (de reella talen), dvs. skalära funktioner, som överför den flerdimensionella tillståndsvektorn till ett reellt tal $h(\mathbf{s}_k)$. Man kan härigenom tillordna tillståndet ett värde.

Man kan även betrakta skalära funktioner

$$g(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N)$$

som beror av de tillstånd processen genomlöpt under ett visst antal (N) steg. De kan exempelvis vara av typen

$$\sum_{k=1}^N f(\mathbf{s}_k) \text{ eller } \sum_{k=2}^N f(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_{k-1})$$

Yttre påverkan

Processen kan tänkas utsatt för en yttre påverkan som medför att tillståndet i ett visst steg beror av både tillståndet i föregående steg och av denna yttre påverkan dvs.

$$s_{k+1} = T_k(s_k, u_k)$$

där u_k är den yttre påverkan.

Beslutsfattare

Denna yttre påverkan kan genereras av en beslutsfattare som önskar att processen skall förlöpa på ett visst sätt. För att mäta processens förlopp kan beslutsfattaren använda en värdefunktion och välja sin påverkan d_k t. ex. så att denna värdefunktion maximeras.

Detta val av d_k kallas ett beslut, och d_k kallas beslutsvektor. Värdefunktionen är alltså en kriteriefunktion.

Vi antar att beslutet d_k är en funktion av tidigare tillstånd och tidigare beslut

$$d_k = D(s_1, s_2, \dots, s_k, d_1, d_2, \dots, d_{k-1})$$

Denna funktion kallas policyfunktionen eftersom den representerar den regel efter vilken besluten fattas.

Deterministisk beslutsprocess

En process kallas för en deterministisk beslutsprocess om transformationen T och värdefunktionen G är helt bestämda av tillståndsvariablerna, beslutsvektorn och steget i processen.

Stokastisk yttre påverkan

Processen kan vara utsatt för en påverkan vars storlek icke kan bestämt förutsägas. Låt denna påverkan i steg k vara r_k .

Vi får då

$$s_{k+1} = T_k(s_k, r_k)$$

Stokastisk beslutsprocess

Om vi antar att sannolikhetsfördelningen för den stokastiska påverkan är känd och ingen ytterligare kunskap om denna påverkan kan vinnas är det möjligt att i kriteriefunktionen arbeta med förväntade värden. Detta utgör den enda skillnaden jämfört med en deterministisk beslutsprocess. Vi får

$$s_{k+1} = T_k(s_k, d_k, r_k)$$

Adaptiv beslutsprocess

En adaptiv beslutsprocess skiljer sig från en stokastisk, i det att osäkerheten om den slumpmässiga påverkan processen är utsatt för kan förminsкас genom den information som erhålles under processens gång. Beslutsfattaren lär, och hans beslut förändras med den ökande kunskapen om den slumpmässiga påverkan. I policyfunktionen ingår beslutsfattarens uppfattning om den sannolikhetsfördelning som den slumpmässiga påverkan följer, och denna beslutsfattarens uppfattning förändras med att han lär av den information, som finns i den sekvens av tillstånd som processen genomlöpt.

3.3 Bankkassan i processtermer

Murphy (1965) använder ett något annat språkbruk än Bellman när han beskriver tre olika sekventiella processer av växande komplexitetsgrad och han låter beskrivningen åtföljas av illustrativa diagram. Vi kommer nu att följa Murphy och beskriva kassaprocessen i hans termer. Beteckningarna ansluter till föregående avsnitt.

3.3.1 Typ 0-process

Den första och mest elementära är den som benämnes "descriptive process" eller typ 0-process. Den motsvarar vad vi kallat för en process med yttre påverkan och karakteriseras av transformationen:

$$s_{k+1} = T_k(s_k, u_k)$$

där u_k är den yttre påverkan. Denna kan naturligtvis vara stokastisk.

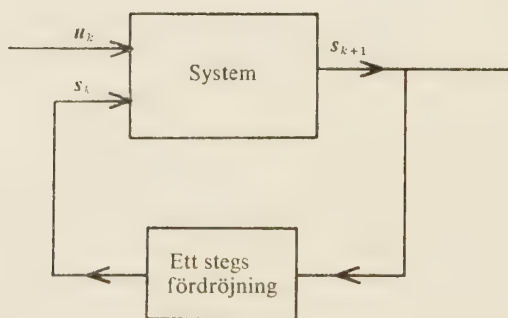


Fig. 3.1: Typ 0-process.

En bankkassa som hade mycket stort innehåll och icke tappades av eller fylldes på av banken vore ett exempel på denna typ av process. Omgivningen utgöres av kunderna som lämnar eller hämtar kontanter i kassan. Statusvektorn har en enda komponent — kassans kontantinnehåll i kronor. Vi överger därför vektorbeteckningarna i exemplet.

Låt oss välja steglängden sådan att mellan två steg endast en kund kan påverka processen. Eftersom en transaktion knappast kan fullföljas på kortare tid än 15 sek kan vi sätta tidsavståndet mellan två steg till 1/4 minut.

Vi får alltså

s_k = antal kronor i kassan vid tiden k

u_k = antal kronor som kunden lämnar i kassan under tidsintervallet $(k, k + 1)$.

Transformationen T_k reduceras till en addition och är densamma för alla k .

Kassans innehåll 1/4 minut efter k är alltså summan av innehållet vid tiden k och det belopp som kunden ev. lämnat under den kvarts minut som gått.

3.3.2 Typ 1-process

Införandet av en beslutsfattare och en beslutsvektor som påverkar processen leder till en "sequential decision process" eller en typ 1-process:

$$s_{k+1} = T_k(s_k, d_k, u_k)$$

där d_k är beslutsvektorn. Denna bestäms av en beslutsfunktion

$$d_k = D(s_{k+1-\tau}, v_{k-1})$$

där v_k är påverkan från beslutsfattarens omgivning.

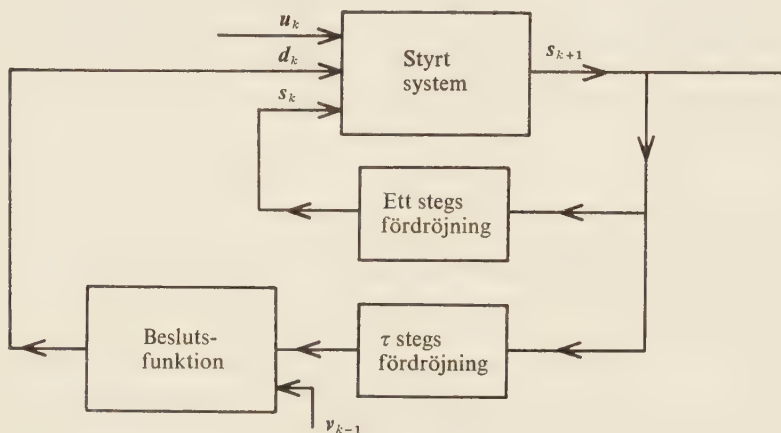


Fig. 3.2: Typ 1-process.

Låt oss exemplifiera även denna med hjälp av bankkassan. Liksom i förra fallet överger vi vektorbeteckningarna.

Vi har nu en beslutsfattare som i varje steg påverkar processen. Detta stämmer överens med att kassören varje bankdag beslutar om hur mycket som skall rekvideras från kundkassan. Vi väljer alltså steglängden till 1 dygn utom vid veckoslut då steglängden blir 3 dygn och vid helger då den blir beroende av helgens längd. Med andra ord, den fysiska tiden sammanfaller icke med processens tid. Tidpunkterna i processen motsvarar starttiden för en bankdag.

Beslutet beror dels av tillståndet dels också av beslutsfattarens omgivning. Låt oss anta att bankledningen har bestämt att kassan vid varje bankdags början skall innehålla högst 100 000 kronor. Denna order kan då ses som den påverkan beslutsfattaren-kassören utsätts för av sin omgivning. Kassören bestämmer sig för att följa den enkla beslutsregeln att starta varje dag med precis 100 000 kronor i kassan.

Beslutsfunktionen blir en subtraktion.

$$d_k = 100\,000 - s_k$$

Transformationen T_k är fortfarande en addition.

$$s_{k+1} = s_k + d_k + u_k$$

Eftersom en hel bankdag förflyter mellan två steg i processen är u_k här den samlade påverkan från alla kunder under dagen dvs. det totala nettoinflödet av kontanter från kunderna.

3.3.3 Typ 2-process

I bägge de här skisserade exemplen har vi att göra med stokastiska processer.

I det första representerades omgivningen av en enskild kunds kontantinsättning medan i det andra samtliga dagens kunder slagits samman till en påverkan. I båda fallen har vi en stokastisk påverkan men med olika sannolikhetsfunktioner.

Beslutsfattaren i typ 1-processen visade ingen adaption.

Murphy inför i sin typ 2-process adaptionen och kallar typen adaptiv beslutsprocess.

Beslutsvektorn beror inte längre endast på beslutsfattarens omgivning och tillståndet i ett föregående steg utan dessutom av information om systemets historia. Denna information genereras från en historisk process som på något sätt sammanfattar observationer av systemets tillstånd i tidigare steg.

Vi får följande uttryck för beslutsvektorn

$$d_k = D(s_{k-\tau}, h_{k-\tau}, v_{k-1})$$

där

$$h_k = H(h_{k-1}, s_{k-1})$$

Processen kan illustreras på följande sätt.

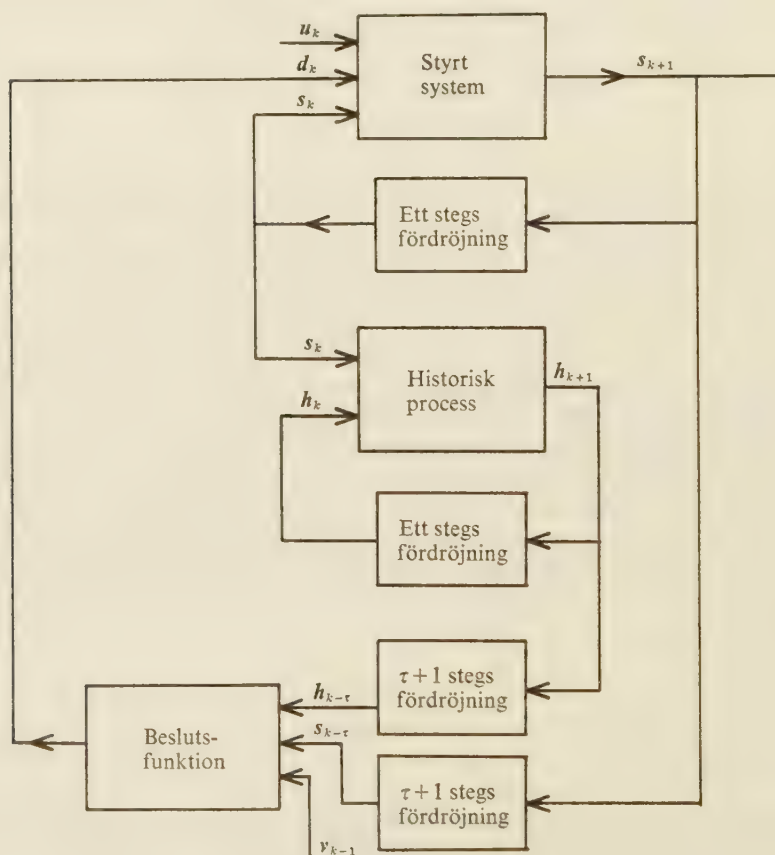


Fig. 3.3: Adaptiv beslutsprocess.

I vårt andra exempel där vi illustrerade en typ 1-process antog vi att beloppet 100 000 som startkassa var ett resultat av omgivningens påverkan v_k . Detta kan ses som en god beskrivning på hur besluten fattas i många sparbanker om man gör den förändringen att v_k varierar något med k så att t. ex.

$$v_k = 140\,000 \text{ om } k \text{ är en torsdag}$$

$$v_k = 60\,000 \text{ för andra } k.$$

Ofta är det dock så att kassören helt på egen hand bestämmer startkassans storlek. Den enda reella påverkan bankledningen då utövar är att sätta en maximigräns vid det belopp som försäkringsavtalet bestämmer. Därtill kommer allmänt uttalade önskemål om att kassan skall hållas på så låg nivå som möjligt. Låt oss för exemplets skull anta att försäkringsbolagens gräns är 150 000. Detta är alltså värdet på v_k .

Vissa kassörer uppvisar ett beteende som i mycket liknar det som illustrerar typ 1-processen medan andra handlar som en beslutsfattare i en adaptiv beslutsprocess.

I en historisk process registrerar de utfallet från tidigare dagar och får en uppfattning om den stokastiska påverkan som kunderna utövar. Det är ju knappast så att de beräknar medelvärden och spridningar eller skattar någon statistisk fördelning. Snarare bildar de sig en uppfattning om vilka belopp som med "stor säkerhet" inte kommer att överskridas. Dessa belopp beror av vilken dag som avses. Den historiska informationen ger alltså det belopp som skall ligga som startkassa nästa bankdag.

Man kan se den historiska processen på följande sätt. Den historiska informationsvektorn $\mathbf{h}_k$ har p komponenter, en för varje typdag, som anger de tidigare nämnda beloppen som kassören vid tiden k uppfattar som lämpliga startkassor. Den historiska processen är sådan, att en ny observation s_k påverkar i första hand värdet på den komponent a_k som bestämmer den typdag som k tillhör men också i mindre utsträckning övriga komponenter.

$$\mathbf{h}_{k+1} = H_{a_k}(\mathbf{h}_k, s_k)$$

Beslutsfunktionen kan då skrivas

$$d_k = \min(v_{k-1}, \mathbf{e}_{a_k} \mathbf{h}_k) - s_k$$

där v_{k-1} är den tidigare nämnda maximigränsen 150 000 och $\mathbf{e}_{a_k}$ är en radvektor med en etta på plats a_k och nollor för övrigt. $\mathbf{e}_{a_k} \mathbf{h}_k$ ger alltså värdet av $\mathbf{h}_k$'s a_k :te komponent dvs. det belopp kassören vid tiden k anser lämpligt som startkassa. Denna kan på grund av omgivningens påverkan inte överstiga $v_{k-1} = 150\,000$.

Liksom i tidigare exempel är transformationen T_k en addition av de ingående variablerna.

$$s_{k+1} = s_k + d_k + u_k$$

Som i alla formaliserade beskrivningar har vi här naturligtvis tappat många nyanser som finns i det verkliga fallet. Låt oss peka på några. Så har vi t. ex. antagit att omgivningens påverkan inskränker sig till fastställande av en maximigräns för $(d_k + s_k)$ medan omgivningen i själva verket påverkar på flera olika sätt. Så kan en tillfällig sänkning av huvudkassan medföra att v_k sätts till ett lägre värde. Om postgången till ett avdelningskontor försenas blir resultatet av denna omgivningens påverkan att d_k sätts till noll eller med andra ord att maximigränsen för startkassan

v_k sätts lika med innehållet i kassan s_k . Ett påpekande från bankledningen om att postväxlar skall användas i större utsträckning vid utbetalningar kan medföra att $e_{\alpha k}$ i beslutsfunktionen förändras från vektorn $(0,0, \dots, 1,0, \dots, 0)$ till exempelvis $(0,0, \dots, 3/4,0, \dots, 0)$, dvs. att kassören sänker proportionen av det belopp som enligt hans historiska information med "stor säkerhet" skall räcka för dagens krav från kunderna.

En väsentlig punkt att påpeka är vår behandling av processteget. Vi har antagit att steget är en bankdag. Detta medför att den historiska processen inte får mottaga information om enskilda kunders påverkan. Detta är naturligtvis inte en helt korrekt beskrivning av verkligheten. Kassören observerar varje kund men den information som lagras från dessa observationer är minimal. Det är snarare så att dessa observationer används i en annan beslutsprocess. Startkassan är inte det enda som kassören styr. Han måste även ingripa om kassan under dagen hotar att gå tom. I så fall måste han fatta beslut om en extrahämtning av pengar till kassan.

Vi kan klä även denna beslutsprocess i typ 2-processens termer. Stegen är bundna till ankomsten av en ny kund. Denna utövar sin påverkan genom att öka eller minska kassan. Kassören gör varje gång en grov uppskattning av kassans tillstånd, och om hans uppfattning — genererad ur en historisk process — är att kassans innehåll inte skall räcka dagen ut, gör han en extra hämtning av pengar i huvudkassan.

Eftersom båda dessa historiska processer försiggår i samma hjärna sker naturligtvis en informationsöverföring mellan dem.

Vi har valt att i fortsättningen huvudsakligen ägna oss åt den förra av dessa processer — den i vilken startkassans storlek är föremål för styrningen. Vi kommer emellertid längre fram i samband med beslutsfunktionen att återkomma till den andra.

Den historiska processen har vi här endast berört i ganska vaga termer. Vi kan inte ge något kvantitativt uttryck för, hur en ny observation påverkar beslutsfattarens uppfattning om vilket belopp som med "stor säkerhet" räcker för en viss typ av dag. Så mycket kan i alla fall sägas som att den adaptiva delen av processen — informationen — varierar mellan olika kassörer och är mer eller mindre uttalat närvarande hos beslutsfattarna. I inget fall har vi emellertid funnit den explicit utförd.

3.4 Förbättringar av beslutsprocessen

Redan i föregående kapitel har vi påpekat att det finns skäl att söka förbättra beslutsfattandet. Vi kommer i detta avsnitt att analysera vilka delar av beslutsprocessen som bör förändras och vilka krav detta ställer på teoretiska och praktiska resultat och undersökningar i vårt konkreta fall.

3.4.1 Beslutsfunktionen

Låt oss återvända till Murphys typ 2-process som illustrerades i fig. 3.3 och använda den som hjälp vid analysen av vårt problem.

Vilket resultat vill vi nå fram till? Var i beslutsprocessen vill vi göra förändringar och hur skall dessa se ut?

Först och främst vill vi bygga upp en beslutsfunktion som har den väsentliga egenskapen att

- ge beslutsvektorer som är sådana att den totala måluppfyllelsen för systemet blir så stor som möjligt.

Vilka faktorer påverkar då möjligheterna till framgång?

En väsentlig sådan är naturligtvis följande.

- Finns någon matematisk metod för optimering av det system vi betraktar?

Om en sådan existerar följer omedelbart den lika väsentliga frågan.

- Är det möjligt att praktiskt finna lösningar till metoden? Är den "computationally feasible"?

Det finns många exempel på ekonomiska system där ingen optimeringsmetod ännu är funnen, liksom på system där en matematiskt korrekt metod är tillgänglig men där beräkningarnas komplexitet är sådan att den är praktiskt värdelös.

För praktisk lösbarhet fordras inte bara att den matematiska metoden är beräkningsmässigt lösbar, utan också att den är lösbar inom den beslutsprocess det gäller. Kravet innehåller alltså flera element:

- Möjligheten att beräkna optimalpunkten, dvs. få fram ett siffervärde på denna som kan ingå i beslutsvektorn.

Resultatet skall alltså föreligga i en sådan form att det kan användas för att styra systemet.

- Möjligheten att genomföra beräkningarna så snabbt att de kan ingå i den aktuella beslutsprocessen.

Det är av litet värde att få resultatet av beräkningarna först efter den tidpunkt då beslutet måste fattas. Tidsintervallet mellan två steg i processen är alltså här avgörande.

- Möjligheterna att genomföra beräkningarna till en kostnad som är rimlig i förhållande till den besparing vi gör genom att besluta på ett optimalt sätt.

Det är naturligtvis meningslöst att lägga större kostnad i ett förbättrat beslutsfattande än den besparing detta kan ge.

Vi måste avgöra tidsintervallet mellan två på varandra följande beslut dvs. två på varandra följande steg i processen. Vidare måste vi bestämma oss för vilka komponenter beslutsvektorn skall innehålla. Båda dessa val påverkar beslutsfunktionens utseende. Vidare skall den beslutsfunktion vi väljer vara sådan att den speglar beslutsfattarens mål, dock med kravet att den skall vara praktiskt lösbar både vad gäller tid och kostnader.

Vi har ännu inte berört andra variabler i beslutsfunktionen än den beroende. De oberoende variablerna är av två slag. Värdena på den ena typen genereras ur det aktuella systemet och utgörs dels av direkt information om systemets aktuella tillstånd, dels av historisk information som på något sätt sammanfattar den påverkan systemet utsätts för från sin omgivning. Den andra typen av variabler emanerar från beslutsfattarens omgivning och utgörs av de olika faktorer utanför det styrda systemet som påverkar hans beslut.

3.4.2 Beslutsfattarens omgivning

Låt oss starta med påverkan från beslutsfattarens omgivning. Vi måste här nog skilja mellan de faktorer som påverkar beslutsfunktionens utseende och de faktorer som endast påverkar beslutsvektorns utseende vid ett visst enskilt beslut.

Självva beslutsregeln är visserligen beroende av beslutsfattarens omgivning men speglar de mål han söker uppnå genom att styra systemet. Vi förutsätter att dessa mål — t. ex. det klassiska, att minimera kostnaderna ev. med vissa begränsningar på andra variabler — är konstanta åtminstone tillräckligt länge för att det skall vara meningsfullt att fatta något beslut om en beslutsfunktion.

- Vi måste kartlägga beslutsfattarens omgivning för att konstatera hans mål för systemet så att vår beslutsfunktion speglar dessa.

Det finns andra faktorer i omgivningen utanför beslutsfattarens kontroll vilkas värde i ett visst steg påverkar uppfyllandet av de mål som satts för styrningen av systemet. Dessa måste ingå som variabler i beslutsfunktionen.

Ett exempel på en sådan faktor i vårt banksystem är räntefoten som påverkar kostnaden för att hålla kontanter i kassan.

- Vi måste avgöra vilka faktorer i beslutsfattarens omgivning som påverkar måluppfyllelsegraden och därför skall ingå i kriteriefunktionen.

För att illustrera skillnaden mellan de olika slagen av omgivningspåverkan kan vi komplettera Murphys figur (fig. 3.3) på följande sätt (vi inskränker oss till den del som innehåller beslutsfunktionen).

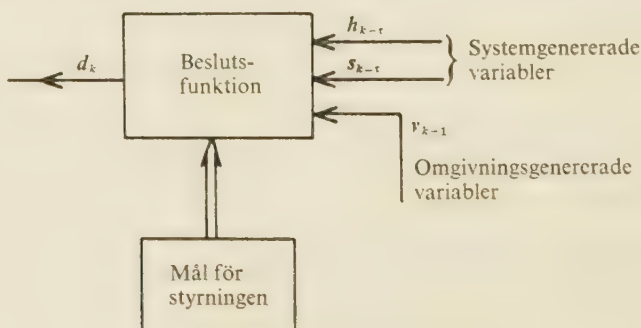


Fig. 3.4: Beslutsfattarens omgivning.

Målen för styrningen påverkar alltså beslutsfunktionens allmänna utseende — skall den vara en optimeringsfunktion, och i så fall vad skall den optimera, eller är det lämpligare med en satisfieringsfunktion?

Ur det allmänna utseendet på beslutsfunktionen följer vissa omgivningsgenererade variabler som kan vara intressanta. Om den t. ex. skall vara kostnadsminimerande bör kostnadsdata ingå som variabler.

3.4.3 Systemgenererade variabler

3.4.3.1 Tillståndsvektorn

Lika väl som vi måste veta varthän vi skall styra är det också nödvändigt att veta det utgångsläge ifrån vilket styrningen skall ske.

- Systemets tillstånd i styrningsögonblicket eller ev. i något tidigare steg skall ingå i beslutsfunktionen.

I det konkreta fallet är det naturligtvis många gånger inte givet på vilket sätt systemets tillstånd skall karaktäriseras.

Vi måste alltså avgöra vilka variabler som ur styrningssynpunkt är de lämpligaste.

Det är ibland av praktiska skäl omöjligt att arbeta med en omedelbar reaktion på systemets tillstånd. Styrimpulsen i ett visst steg baseras då på tillståndet ett antal steg tidigare.

Denna variabel förorsakar inga större problem i kassasystemet. Vad som måste övervägas är om variabeln skall ha en komponent, totalbeloppet, eller flera, ett belopp för varje valör.

3.4.3.2 *Den historiska vektorn*

Om den enda yttre påverkan systemet utsätts för kommer från styrningen återstår nu endast att skaffa sig kunskap om hur systemet reagerar internt och på styrimpulser, dvs. i Murphys termer bestämma transformationen.

De flesta ekonomiska system är dock utsatta för en påverkan från sin omgivning, en påverkan som undandrar sig beslutsfattarens kontroll. Vid styrningen måste naturligtvis hänsyn tas till detta, så att beslutsvektorn tillsammans med denna påverkan leder till det resultat beslutsfattaren önskar. En förutsättning för en perfekt styrning är alltså kunskap om natur och storlek av denna opåverkbara yttre "störning" för det steg som styrningen avser. Om den är konstant eller åtminstone exakt förutsägbar, ställer den inte till några problem. Men eftersom den ofta är stokastisk, är den ett av de element i beslutsprocessen som måste ägnas stor uppmärksamhet. På något sätt måste beslutsfattaren ha en skattning av vilken påverkan systemet mottar utifrån. I vilken grad skattningen överensstämmer med den påverkan systemet de facto utsätts för avgör i hög grad hur väl beslutsfattaren lyckas uppnå sina mål med hjälp av sitt beslut.

Om det finns något systematiskt i det slumpmässiga — t. ex. om vissa värden på omgivningsvektorn förekommer oftare än andra eller om värdena kan beskrivas med en sannolikhetsfördelning med ett visst medelvärde och en viss spridning — betyder kunskapen om detta större möjligheter att göra en god skattning av den påverkan systemet kommer att utsättas för under det steg som beslutet avser.

Om en sådan ordning i det slumpmässiga finns har beslutsfattaren möjlighet att genom observation av systemets förändringar bilda sig en uppfattning om fördelningar och parametrar för det stokastiska inflytandet. I Murphys modell sker detta i den historiska processen. Om dessa bakomliggande fördelningar och deras parametrar är konstanta kommer beslutsfattaren att kunna skatta dem. Hans skattning blir bättre och bättre ju fler steg han observerar.

När tillräckligt många steg passerat har skattningarna nått en sådan precision att de för praktiska ändamål icke avviker från de bakomliggande parametrarnas värden. Vi har då nått ett stadium då beslutsfattaren kommit så långt det överhuvudtaget är möjligt i att förutsäga omgivningens påverkan på det styrda systemet. Den slumpmässighet som återstår är icke reducerbar, beslutsfattaren har inte mer att lära om systemets omgivning. Den historiska processen har fyllt sin

funktion, och den adaptiva beslutsprocessen har övergått till en stokastisk sådan.

Dock är sällan förutsättningarna vi nyss utgick ifrån uppfyllda. Åtminstone parametrarna har i ekonomiska system en tendens att variera. Även om de för en tid kan vara relativt konstanta kan man knappast förutsätta att detta förhållande varar för evigt. Man kan i så fall inte upphöra att registrera och bearbeta data om systemets tillstånd och tillståndsförändringar. Den historiska processen måste utföra detta och förändra skattningarna allteftersom ny information flyter in. Beslutsprocessen fortsätter att vara adaptiv.

Den historiska processen är en avgörande komponent i den adaptiva beslutsprocessen och det finns i regel stora potentiella möjligheter till en förbättrad styrning i en förbättrad historisk process.

Den historiska processen skall på basis av ackumulerad information om det styrda systemets tillstånd i tidigare steg ge beslutsfunktionen en skattning av den påverkan systemets omgivning kommer att utöva under kommande steg. Processen kan utföra detta på många sätt och med skiftande precision. Vi vill här peka på några möjligheter att öka precisionen i den historiska processen.

- Vi kan ev. på andra vägar än genom att observera tillståndsvektorn öka kunskapen om sannolikhetsfördelningarna för omgivningens påverkan samt om dessa fördelningars parametrar.
- Vi kan söka förbättra teknikerna att finna mönster i parametrarnas variationer.
- Vi kan söka förbättra prognosteknikerna.

Låt oss återvända till vår kassaprocess. Vilka data mottar den historiska processen och vilka skall den avge?

Svaret på den senare frågan beror naturligtvis dels på de tekniska möjligheterna och dels på vilken beslutsfunktion vi väljer. Låt oss återkomma till detta längre fram och koncentrera oss på processens input. Denna utgöres av systemets tillståndsvektor och som vi nämnde tidigare verkar det naturligt att låta denna ange kassans behållning i kronor. Låt oss acceptera detta för tillfället och i stället diskutera vilken tidpunkt detta tillstånd avser, och vilka kunskaper det kan ge om kassasystemets omgivning. Av skäl som tidigare givits är den minsta tid ett beslut kan omfatta en bankdag. Därav följer att steglängden i Murphys modell måste sättas till minst en bankdag. Den information tillståndsvektorn kan ge är i så fall kassastorleken en gång per dag och då rimligen vid slutet av en bankdag så att kassans storlek vid nästa dags början kan sättas till ett lämpligt värde. Ur detta kan vi efter tillräckligt många steg — bankdagar — skaffa oss en skattning av kundernas dagliga krav på kontantkassan. Men vi vet att variationerna är stora och vi har all anledning att anta att t. ex. månadssluten har ett helt annat medelvärde för dagsutflödet än övriga dagar. Att få en god skattning på detta medelvärde kräver observationer över flera år. Dessutom är totala dagsutflödet inte nödvändigtvis ett gott mått på dagsbehovet. Detta är naturligtvis otillfredsställande. Kan vi på ett snabbare sätt få en bättre kunskap om kundernas kontantbehov? Vi vet att dagsbehovet sammansätts av många kunders individuella påverkan. Vore det inte av intresse att närmare utreda den enstaka kundens påverkan? De modeller av en adaptiv beslutsprocess vi har använt visar inte direkt på denna möjlighet.

3.5 En adaptiv beslutsprocess med intermittent beslutsfattande

3.5.1 Inledning

Murphy gör utan att han explicit påpekar det antagandet att beslutsfunktionen påverkas av och påverkar systemet vid varje steg i processen. Likaså antar han att den historiska processen mottar information om utfallet i varje steg.

Även Bellman och Kalaba (1961, p. 102) gör i sin generella formulering av den adaptiva kontrollprocessen samma antagande.

"We suppose that

$$p_1 = T(p, q, r),$$

where p as usual is the state variable, q is the decision variable, and r is a random variable with a fixed, but unknown, distribution function."

Han formulerar det explicit.

"We can observe the state of the system at each stage. (a)"

Detta antagande är i många situationer realistiskt. Att den historiska processen uppdateras i varje steg förutsätter någon form av registreringsinstrument som har möjlighet att registrera i samma takt som processen fortskrider. Det är i många fall möjligt att skapa och underhålla ett sådant instrument, men vi kan ofta inte komma ifrån att ta hänsyn till den kostnad detta innebär.

Samma resonemang gäller beslutsfunktionen både ifråga om mottagandet av information och avgivandet av beslutsvektor.

Naturligtvis kan man alltid välja att definiera processen så att observationstidpunkterna sammanfaller med stegen i processen. I många fall kan vi dock själv välja tidsintervallen mellan observationerna och det känns otillfredsställande att göra definitionen av processen beroende av detta val. Man kan i stället utgå från de förändringar i tillståndet som kan orsakas av den slumpmässiga variabeln — omgivningen. För att säga det på ett annat sätt, det känns naturligast att utgå från tillståndsförändringarna vare sig de beror på omgivningen eller beslutsfattaren. Om vi gör så hamnar vi lätt i den situationen att Bellmans antagande (a) inte längre gäller.

För många adaptiva processer är det alltså naturligt att antaga att varken beslutsfunktionen eller den historiska processen mottar information om tillståndsvektorn för alla steg i processen. Låt oss därför se närmare på en adaptiv beslutsprocess med intermittenta beslut.

3.5.2 Typ 3-process

Vi ansluter till Murphys diagram för att illustrera skillnaden mellan denna typ av process och Murphys typ 2-process. Vi har infört ett nytt element som vi kallat slutare. Dessa slutare avbryter i stängt läge informationsflödet från det styrda systemet till den historiska processen och beslutsfunktionen liksom också påverkan från beslutsfunktionen på det styrda systemet. Processen kan då ses som en typ 0-process.

Då slutarna intar öppet läge däremot flyter information och påverkan fritt som i en typ 2-process.

För att förenkla skrivandet kallar vi den sammansatta processen för typ 3-process.

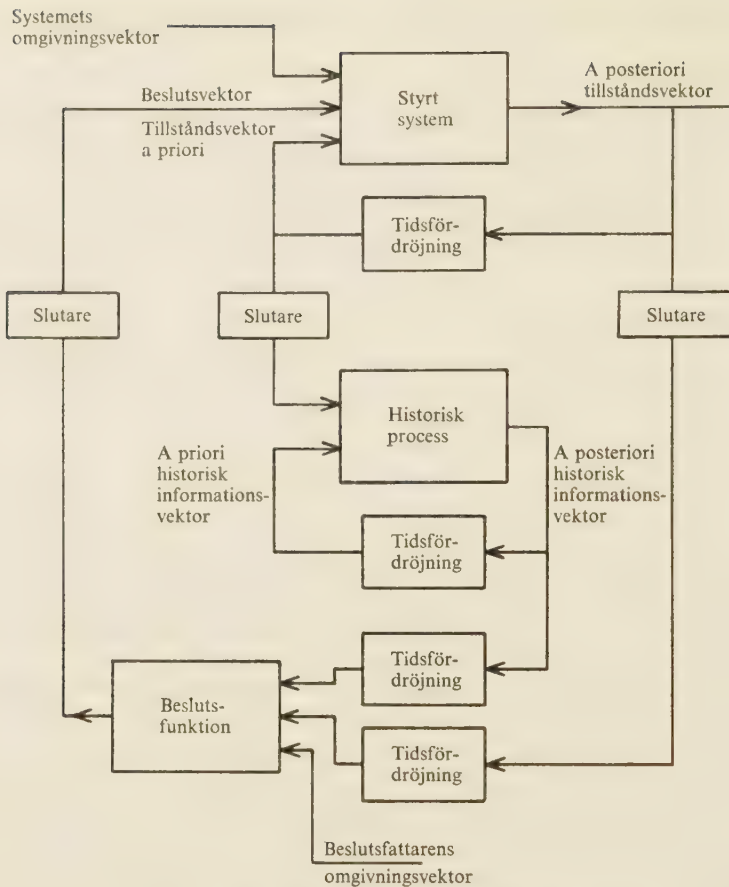


Fig. 3.5: Adaptiv beslutsprocess med intermittenta beslut.

Typ 3-processen kan inte beskrivas med en enda transformationsfunktion. Då slutarna är stängda får vi typ 0-processens enkla transformation.

$$s_{k+1} = T(s_k, u_k)$$

Då slutarna är öppna tillkommer beslutsvektorn:

$$d_k = D(s_{k-t}, h_{k-t}, v_{k-1})$$

och transformationen blir

$$s_{k+1} = T(s_k, d_k, u_k)$$

och dessutom förändras den historiska vektorn:

$$h_{k+1} = H(h_k, s_k)$$

För att nå ett bättre sammanhang övergår vi till dubbelindexerade variabler.

Vi låter första index ange stegen då slutarna är öppna och information flyter till den historiska processen och beslutsfattaren. Detta första index ökar alltså ett steg varje gång slutarna öppnas.

Andra index anger stegen i processen under en period då slutarna är stängda. Detta index ökar alltså ett steg för varje yttre påverkan systemet utsätts för under denna period.

Transformationerna kan då skrivas på följande sätt:

$$s_{i,j} = T(s_{i,j-1}, u_{i,j}) \quad j = 2, 3, \dots, N_i \quad (1)$$

$$s_{i+1,1} = T(s_{i,N_i}, d_{i+1}, u_{i+1,1}) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

dvs. slutarna är stängda under $N_i - 1$ steg varpå de öppnas och beslut nummer $(i+1)$ fattas varpå systemet i nästa steg påverkas av detta beslut och det nya tillståndet $(i+1, 1)$ inleder en ny följd av steg då slutarna är stängda och processen löper utan påverkan av någon beslutsvektor tills efter $N_{i+1} - 1$ steg slutarna åter öppnas.

Beslutsvektorn ges av:

$$d_{i+1} = D(s_{i-\tau, N_{i-\tau}}, h_{i-\tau}, v_i) \quad (3)$$

För den historiska processen gäller:

$$h_{i+1} = H(h_i, s_{i, N_i}) \quad (4)$$

Denna funktion anger alltså hur skattningen av den okända sannolikhetsfunktionen för omgivningens påverkan förändras mellan besluten. Bellman och Kalaba (1961, p. 102) anger en relation som kanske tydligare än Murphys visar de element som påverkar förändringen.

$$dG_1(r) = S(r | p, q_1, r_1, G)$$

Skillnaden mellan den nya och den gamla skattningen beror på systemets tillstånd p , det senaste beslutet q_1 , omgivningens påverkan r_1 och den gamla skattningen i det sista steget G .

Omgivningens påverkan r_1 vars sannolikhetsfunktion skall skattas är inte densamma som omgivningens påverkan $u_{i,j}$ i ekvationerna (1) och (2). I själva verket är r_1 den totala påverkan systemet utsätts för mellan de senaste två observations-tillfällena dvs. ett slags sammanfattning av vad som hänt medan slutarna varit stängda.

Den formella svårigheten speglar den verkliga skillnaden i problemställningarna. Vi kan inte genom dessa intermittenta observationer skaffa oss en bild av sannolikhetsfördelningen för den påverkan som processen utsätts för i varje steg.

Detta skulle vara ett skenproblem om observationsintervallen vore fixa och omöjliga att förändra. Då vore det ur styrsynpunkt ointressant om tillstånden i processen förändrades mellan observationstillfällena. Det funnes ändå ingenting att vinna på att beskriva processen med en större finhetsgrad.

Ofta är det dock tekniskt möjligt att åtminstone i viss mån välja tidsintervallet mellan två konsekutiva observationer. Vi förutsätter alltså att vi mot en viss extra kostnad kan öppna slutarna och observera systemets tillstånd oftare än normalt. Genom tätare observationer är det möjligt att vi snabbare kan få en god skattning av den stokastiska påverkan systemet utsätts för. Därmed kan vi vinna ett beslutsfattande som baserar sig på bättre kunskap. Vi kan få en snabbare adaption till omgivningen. I det enskilda fallet leder det naturligtvis till en avvägning mellan kostnaden för den snabbare adaptionen och den vinst som kan göras tack vare denna.

Låt oss nu konkretisera resonemanget genom att applicera modellen av en typ 3-process på problemet att bestämma beloppet som skall ligga i kassan vid början av en bankdag.

3.5.3 Bankkassan som en typ 3-process

Det styrda systemet är alltså kontantkassan som tillståndsmässigt karakteriseras av det belopp som finns i den. Detta belopp förändras under dagen av att kunder ökar eller reducerar det. Den yttre påverkan representeras alltså av kunden. Beslutsfattaren registrerar icke kassans tillstånd mellan kunderna. Först vid dagens slut registreras det belopp som då finns i kassan och på basis av detta, och uppfattningen om vad morgondagen kommer att kräva, beslutas om påfyllning eller avtappning av kassan. Slutarna är alltså stängda under dagen och öppnas först då samtliga dagens kunder utövat sin påverkan.

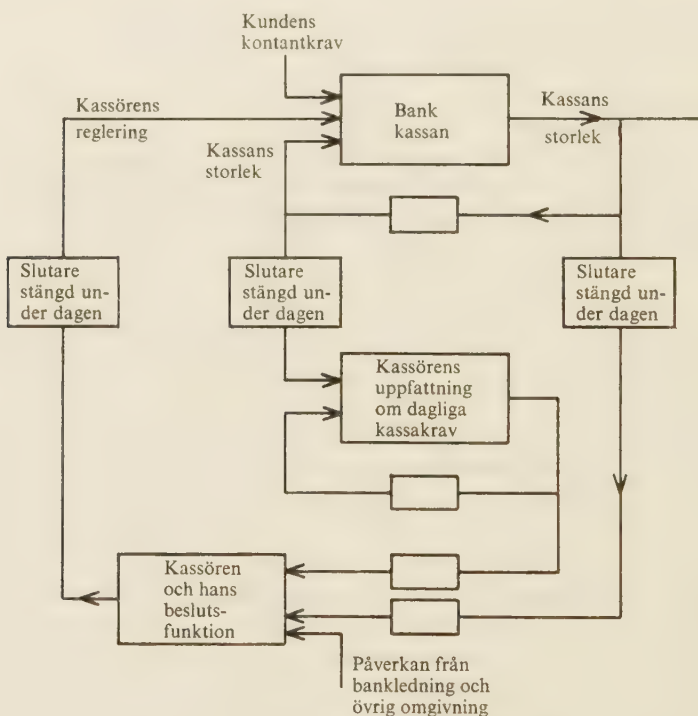


Fig. 3.6: Bankkassan som en typ 3-process.

Vi kan beskriva situationen med transformationsfunktionen (1)

$$s_{i,j} = T(s_{i,j-1}, u_{i,j}) \quad j=2,3, \dots, N_i$$

som visar processen då slutarna är stängda, $s_{i,j}$ betecknar kassans storlek under dag i efter det den dagens j : te kund påverkat den med ett uttag eller en insättning.

Under dag i har kassan haft N_i kunder och vid dagens slut är kassans storlek s_{i,N_i} .

Nu öppnar slutarna dvs. kassören räknar kassan och noterar ställningen. Ytterligare en dags erfarenhet läggs till kassörens tidigare kunskap om kundernas

kontantbehov — den historiska processen går ytterligare ett steg. Kassören fattar beslut om hur mycket kassan skall ökas eller minskas vid början av nästa dag.

$$d_{i+1} = D(s_{i,N_i}, h_i, v_i)$$

Beslutet resulterar i en ny kassastorlek efter nästa dags första kund

$$s_{i+1,1} = T(s_{i,N_i}, d_{i+1}, u_{i+1,1})$$

Vi har tidigare pekat på svårigheten att skatta kundernas dagspåverkan. Vår skattning måste baseras på endast en observation per dag. Adaptionen blir nödvändigtvis långsam.

Till detta kommer det speciella problemet, att den observation av tillståndet som göres vid dagens slut inte direkt ger någon upplysning om, hur stort det maximala behovet under dagen varit. Det är detta senare behov som startkassan skall täcka.

Eftersom beslutsprocessen är av typ 3 är det emellertid möjligt att förändra observationsfrekvensen. Vi kan gå in och observera varje enskild kunds påverkan. Skattningen av sannolikhetsfördelningen för kundernas påverkan kan snabbt förbättras. Adaptionens hastighet ökar. Dessutom bortfaller problemet med det maximala kassakravet under dagen. Men vi får betala ett pris för denna snabbare adaption.

Kostnaden för beslutsprocessen ökar drastiskt. Observationerna och bearbetningen av informationen kräver hundrafalt större resurser än tidigare.

Vi upplever motsättningen

— snabb adaption som ger

hög observations- och bearbetningskostnad

contra

— långsam adaption som ger

låg observations- och bearbetningskostnad.

Om vi förutsätter att snabbare adaption leder till lönsammare beslut kan det vara möjligt att finna ett mellanläge där kombinationen av adaptionstakt och observationsfrekvens är i någon mening optimal.

Men vår modell av en typ 3-process pekar på ytterligare möjligheter.

Vi kan hålla slutarna konstant öppna under en kortare tidsperiod (t. ex. en månad) och då observera varje kund. Därigenom ökar vi adaptionstakten och kan erhålla bättre skattningar på sannolikhetsfunktionerna för kundernas påverkan. Efter detta kan vi fortsätta med den normala beslutsprocessen.

Men den normala historiska processen registrerar det totala dagsbehovet och detta ligger också med i beslutsfunktionen. Hur skall vi överföra den erhållna kunskapen om de enstaka kundernas kontantkrav till den historiska processen så att denna kan utnyttja den ökade informationen?

Låt oss återgå till modellen.

3.5.4 Öppning av slutarna

3.5.4.1 Snabbare adaption

Den historiska processen mottar information om systemets tillstånd endast då slutaren är öppen. Förändringarna i den historiska vektorn baseras alltså på skillnaden i systemets tillstånd under den tid slutaren varit stängd.

Vi kan skriva transformationsfunktionen

$$\mathbf{s}_{i, N_i} = T'(\mathbf{s}_{i-1, N_{i-1}}, \mathbf{d}_i, \tilde{\mathbf{u}}_i) \quad (5)$$

där $\tilde{\mathbf{u}}_i$ uttrycker den totala påverkan systemet utsatts för från sin omgivning under de senaste N_i stegen dvs.

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \varphi(\mathbf{u}_{i,1}, \dots, \mathbf{u}_{i,N_i}) \quad (6)$$

Denna $\tilde{\mathbf{u}}_i$ är den storhet som typ 3-processens historiska del får information om och baserar sin adaption på.

Genom att öppna slutarna under en viss tidsperiod kan vi förbättra kunskapen om $\mathbf{u}_{i,j}$, men för att denna kunskap skall kunna utnyttjas i typ 3-processens historiska del måste vi översätta den till kunskap om $\tilde{\mathbf{u}}_i$. Vi måste alltså bestämma φ .

Man kan alltså

— förbättra kunskapen om $\tilde{\mathbf{u}}_i$ i ekv. (5)

genom att:

- under en viss tidsperiod öppna slutarna i typ 3-processen och observera $\mathbf{u}_{i,j}$ i ekv. (1) och (2) för alla j och vissa $i = i_1, i_2, \dots, i_M$.
- strukturera den erhållna informationen genom att söka mönster i de observerade $\mathbf{u}_{i,j}$
- översätta den strukturerade informationen om $\mathbf{u}_{i,j}$ till information om $\tilde{\mathbf{u}}_i$ dvs. bestämma φ i ekv. (6)

och därvid:

- fortsätta med de kostnadskrävande täta observationerna endast så länge den ökade kunskapen bedöms vara mera värd än den stegrade kostnaden.

Ett sätt att strukturera den information, som erhålles genom att observera $\mathbf{u}_{i,j}$, är att söka en beskrivning i form av sannolikhetsfördelningar. Man kan då tänka sig att det finns flera källor till den yttre påverkan och att varje sådan källa genererar en påverkan vars värden följer en viss sannolikhetsfördelning. Vidare kan en viss källa påverka processen mer frekvent än en annan, så att sannolikheten att en viss observation härrör från den förra är större än sannolikheten att den härrör från den senare. Denna sannolikhet kan liksom sannolikhetsfördelningarnas parametrar variera över tiden.

Om $\mathbf{u}_{i,j}$ är en vektor med flera komponenter får man tänka sig en sannolikhetsfördelning för varje komponent. För att inte alltför mycket komplicera framställningen går vi inte in på detta i detalj utan genomför det följande resonemanget under förutsättningen att variablerna är reella tal. Sedan det genomförts skisserar vi i slutet av 3.5.4.2 hur det skulle kunna föras för vektorer.

Vi antar att:

- $\mathbf{u}_{i,j}$ kan anses dragen ur en av ett ändligt antal sannolikhetsfördelningar $f_1, f_2, \dots, f_k, \dots, f_n$
- det av vår kunskap om systemets struktur följer vilka observationer som kan antas tillhöra samma fördelning
- var och en av dessa fördelningar f_k har ett antal parametrar som varierar med i , $a_{k1}^i - a_{ki}^i$
- sannolikheten för att $\mathbf{u}_{i,j}$ är dragen ur fördelningen f_k är π_k^i som varierar med i .

Undersökningsperioden, den tid slutarna hålls öppna, skall omfatta följande moment:

- (a) — Vi betraktar $\{u_{i,j}\}_{j=1}^{N_i}$ som stickprov ur ett antal fördelningar. Vi delar upp observationerna i mängder vars element kan antas tillhöra samma fördelning och noterar antalet i varje.
- (b) — Vi estimerar parametrarna $a_1^k, \dots, a_{r_k}^k$ och anpassar en fördelning f_k till den k :te mängden av observationer.
- (c) — Vi låter i växa tills det blir möjligt att avgöra om f_k kan anses vara densamma då i varierar.
- (d) — Vi observerar hur parametrarna a_{kj}^i och π_k^i varierar med i och söker finna ett mönster i denna variation.

Avsikten med den informationsinsamling och analys vi utför är att skapa en modell av omgivningens påverkan mellan två observationer av beslutsfattaren i en typ 3-process.

- (e) — Vi skattar sannolikhetsfördelningen $\tilde{f}$ för $\tilde{u}_i$ och dess parametrar, på basis av dels våra skattningar av sannolikhetsfördelningarna för $u_{i,j}$ och deras parametrar, dels också vår kunskap om det styrda systemets funktion.

I detta läge uppkommer frågan om hur länge det är ekonomiskt riktigt att fortsätta observationerna. På denna fråga är det omöjligt att ge något exakt och allmänt giltigt svar. Men låt oss diskutera ett tillvägagångssätt som kan synas rimligt.

Säkerheten i skattningen av $\tilde{f}$ och dess parametrar beror naturligtvis av säkerheten i skattningarna av f_k och dess parametrar. Denna i sin tur beror av antalet observationer av $u_{i,j}$.

Värdet av ökad säkerhet i skattningarna beror på kostnaden för fel i förklaringen av processen.

I den ursprungliga typ 3-processen har vi information om tillstånden s_{i,N_i} för många i .

Vi kan nu testa hur bra vårt skattade $\tilde{u}_i^*$ kan anses förklara processen dvs. hur stor

$$\varepsilon_i = s_{i,N_i} - T'(s_{i-1,N_{i-1}}, \tilde{u}_i^*)$$

är för olika i .

Det kan vara möjligt att förbinda en kostnad $C(\varepsilon_i)$ med storleken på ε_i .

Likaledes kan det vara möjligt att få ett uttryck för känsligheten för fel i skattningarna:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i(a_1^1, \dots, a_{r_i}^i)$$

Ur detta kan man bedöma kostnaden för fel i skattningarna av parametrarna a_{ρ}^k .

Komna så långt kan vi väga värdet av förbättrad precision i skattningarna mot kostnaden för de observationer som möjliggör den ökade precisionen.

I det praktiska fallet kan det visa sig oerhört svårt att erhålla precisa samband för kostnader och känslighet, men ofta är det möjligt att komma fram till approximativa mått som kan ligga till grund för en bedömning av när undersökningsperioden bör avslutas.

3.5.4.2 Kompletterande information

Hittills har vi ägnat oss åt att diskutera sätt att accelerera adaptionen i typ 3-processen. Vi har därför analyserat problemet att, genom en speciell undersökning med öppna slutare, få skattningar av sannolikhetsfördelningen för $\tilde{u}_i$ och dess parametrar. Utgångspunkten har då varit att den information den historiska processen mottar, $\tilde{u}_i$, i det normala fallet skall utgöra den enda basen för den inlärninng vars resultat används i beslutsfattandet.

Man kan nu fråga sig:

- Är $\tilde{u}_i$ den bästa informationen för att nå de mål med styrningen som man önskar?
- Om det finns bättre information kan vi på något sätt få in denna i den historiska processen?
- För vilka typer av mål är $\tilde{u}_i$ lämplig styrinformation?

Låt oss söka besvara den sista frågan först. Eftersom $\tilde{u}_i$ framkommer ur observationer om $s_{i-1, N_{i-1}}$ och s_{i, N_i} kan den inte ge information om vilka tillstånd det styrda systemet befinner sig i mellan dessa båda observationer såvida man inte på grund av begränsningar i transformationsfunktionen kan sluta sig till vad som händer i mellanlägena.

Låt oss ta ett exempel.

Vårt mål med styrningen är att hålla $s_{i,j}$ över ett visst värde γ dvs. $s_{i,j} \geq \gamma$.

Om T har följande egenskap

$$T(s_{i,j}, u_{i,j+1}) \leq s_{i,j}$$

dvs. tillståndsvariabelns värde kan icke öka vid en transformation, kan vi dra slutsatsen att

$$s_{i, N_i} \leq s_{i,j} \leq s_{i-1, N_{i-1}} + d_i$$

I ett sådant fall är det ointressant vilka värden $s_{i,j}$ antar för $j < N_i$. $\tilde{u}_i$ ger den lämpliga informationen.

Om vi däremot vet att T inte har denna egenskap utan både

$$s_{i,j} < T(s_{i,j}, u_{i,j+1})$$

och

$$s_{i,j} > T(s_{i,j}, u_{i,j+1})$$

är möjliga blir det ur styrsynpunkt väsentligt att få en uppfattning om hur systemet reagerar mellan observationspunkterna. $\tilde{u}_i$ kan då vara olämplig som ensam bas för den historiska processen.

Låt oss därför besvara frågan så:

- $\tilde{u}_i$ är lämplig styrinformation då det ur styrsynpunkt är likgiltigt vilka tillstånd systemet intar i de icke observerbara mellanlägena.
- Det kan vara värdefullt att komplettera den historiska processen med annan information än $\tilde{u}_i$ då det för styrningen är väsentligt vilka tillstånd systemet intar mellan observationspunkterna.

Hur skall man då gå till väga för att i det senare fallet utföra kompletteringen? Vi kan inte ge något allmänt svar på denna frågan men låt oss peka på en möjlig väg i ett speciellt fall.

Vi antar att styrningen syftar till att hålla systemets tillstånd mellan två gränser dvs. $\gamma_N < s_{i,j} < \gamma_U$.

Vi anknyter till undersökningsmodellen i föregående avsnitt. Punkterna (a)—(d) som syftar till att strukturera kunskapen om $u_{i,j}$ berörs inte av den senaste diskussionen. Den informationen är nödvändig även i detta fall.

Punkten (e) — skattningen av $\tilde{u}_i$ — måste däremot förändras.

För beslutsfattaren är det i detta fall intressant att få information om

$$\mu_i = \min_j s_{i,j}$$

$$v_i = \max_j s_{i,j}$$

och att få sannolikhetsfördelningar för variablerna

$$\xi_i = s_{i-1, N_{i-1}} + d_i - \mu_i$$

och

$$\eta_i = v_i - s_{i-1, N_{i-1}} - d_i$$

eftersom beslutsvektorn d_i om möjligt bör väljas så att

$$\gamma_N + \xi_i < s_{i-1, N_{i-1}} + d_i < \gamma_U - \eta_i$$

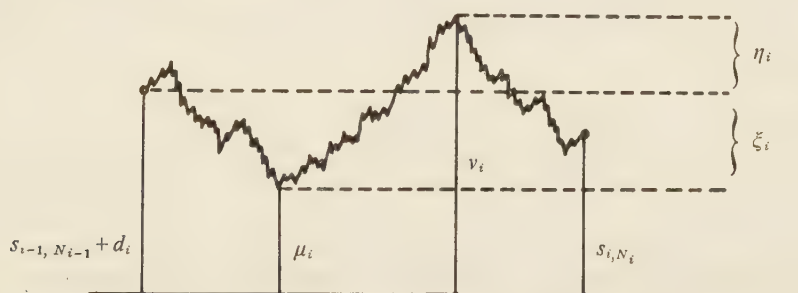


Fig. 3.7: Systemets tillstånd mellan observationspunkterna.

Låt oss nu antaga att vi känner T . Det är då möjligt, att på basis av informationen från punkterna (a)—(d) dvs. sannolikhetsfördelningarna för $u_{i,j}$, beräkna sannolikhetsfördelningar för ξ_i och η_i antingen analytiskt eller med hjälp av simulering. Det kan sedan vara möjligt att relatera dessa resultat till $\tilde{u}_i$ så att typ 3-processen kan fungera tillfredsställande efter det tillfälliga öppnandet av slutarna.

I stället för moment (e) i den tidigare undersökningsplanen inför vi nu

- (e) — beräkna sannolikhetsfördelningarna för ξ_i och η_i och dess parametrar.
- (f) — relatera resultatet till $\tilde{u}_i$.

När vi inledde ovanstående resonemang förutsatte vi att de ingående variablerna var reella tal. Det kan genomföras för vektorer om man låter

- olikheterna gälla för samtliga motsvarande komponenter i vektorerna på ömse sidor om olikhetstecknet.
- μ_i och v_i vara vektorer vars komponenter utgörs av minimi- respektive maximivärden för motsvarande komponenter i tillståndsvektorerna då index j varierar.

3.5.5 Undersökningsplan för kassaprocessen

Låt oss nu applicera på kassaprocessen den undersökningsplan som vi skisserade i förra avsnittet.

Vi inleder med att definiera variablerna och använder därvid samma beteckningar som tidigare.

$u_{i,j}$ = det belopp som kund nr j under dag i ökar kassan med.

$\tilde{u}_i$ = det belopp varmed kassan minskar under dag i på grund av kundernas påverkan.

N_i = antal kunder under dag i .

$s_{i,j}$ = kassans storlek efter kund j under dag i .

d_i = det belopp varmed kassan påfylls av kassören vid början av dag i .

h_i = det belopp som enligt den historiska processen bör ligga i kassan vid början av dag $(i+1)$.

M = antal dagar undersökningen pågår.

Funktionerna får följande utseende:

$$s_{i,j} = s_{i,j-1} + u_{i,j} \quad j = 2, 3, \dots, N_i$$

$$s_{i+1,1} = s_{i,N_i} + d_{i+1} + u_{i+1,1} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

$$d_{i+1} = h_i - s_{i,N_i} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

Vidare gäller:

$$s_{i,N_i} = s_{i-1,N_{i-1}} + d_i - \tilde{u}_i \quad i = 1, 2, \dots, M$$

$$\tilde{u}_i = - \sum_{j=1}^{N_i} u_{i,j} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

Ytterligare kan vi konstatera att styrningen strävar efter ett mål av typen:

$$\min_j s_{i,j} \geq 0$$

dvs. att kassan inte skall gå tom.

Vi är då intresserade av variabeln ζ_i eftersom d_i bör väljas så att

$$\zeta_i < s_{i-1,N_{i-1}} + d_i$$

för att kassan skall räcka under dagen.

Eftersom ζ_i är stokastisk är detta inte möjligt. Vi kan i stället använda ett mål av typen

$$P(\zeta_i > s_{i-1,N_{i-1}} + d_i) < p$$

där p är vald på något sätt som vi inte går in på här.

Vi noterar att ζ_i beror av $u_{i,j}$ på följande sätt:

$$\zeta_i = - \left(\min_{k \leq N_i} \sum_{j=1}^k u_{i,j} \right)$$

Under en undersökningsperiod noterar vi alla kunders kontanttransaktioner, dvs. vi mäter $u_{i,j}$ under ett antal (M st) dagar. Vi utför följande moment enligt analysen i 3.5.4,

- (a) — Vi delar upp observationerna under en dag i mängder, som vardera kan tänkas följa någon viss sannolikhetsfördelning.
- (b) — Vi beräknar medelvärde och spridning och söker anpassa en lämplig fördelning.
- (c) — Vi observerar tillräckligt många dagar för att acceptera eller förkasta hypotesen att fördelningen är oförändrad och att bara parametrarna varierar mellan dagarna.
- (d) — Vi observerar hur medelvärde och spridning varierar mellan olika dagar liksom hur proportionen mellan ut- och inkunder varierar. Vi försöker finna mönster i denna variation.

Eftersom målen är av den art som behandlas i 3.5.4.2 går vi vidare enligt den plan vi där kom fram till.

- (e) — Beräkna sannolikhetsfördelningen för ζ_i och dess parametrar för de dagar vi observerat.
- (f) — Relatera resultatet till $\tilde{u}_i$.

Punkterna (a)—(d) kräver knappast ytterligare kommentarer. Det gör däremot (e) och kanske framförallt (f). Men eftersom detaljutformningen av dessa beror på resultaten från (a)—(d) uppskjuter vi diskussionen tills vidare.

3.6 Sammanfattning och plan för fortsättningen

I samband med beskrivningen av adaptiva beslutsprocesser och utvecklingen av typ 3-processen har vi konkretiserat analysapparaten med exempel. Dessa har haft sin utgångspunkt i problemet att bestämma storleken av det belopp som bör ligga i bankkassan vid början av en dag. Exempelen har baserats på vår kunskap om hur beslutsfattandet går till i dag, men vi har inte gett någon fylligare beskrivning av hela beslutsprocessen i de termer som diskuterats i detta kapitel. Som utgångspunkt för den fortsatta analysen ger vi i nästa kapitel (4) en sådan beskrivning av nuläget.

Därefter startar vi den analys som skall leda fram till utformningen av en ny adaptiv beslutsprocess för bestämningen av startbehållningen i en bankkassa.

I fig. 3.8 har vi illustrerat de olika delar av beslutsprocessen som kommer att behandlas i de följande kapitlen och ger här en beskrivning av innehållet i dem och skälen till att vi valt att behandla dem i den angivna ordningen.

Vi har konstaterat att vi måste konstruera en beslutsfunktion som styr kassasystemet och att denna kan vara en typ av lagermodell.

För att kunna välja modell är det dock nödvändigt att först bestämma vilka krav som ställs på styrningen av systemet. Vi måste avgöra vilka mål som styrningen skall uppfylla. Dessa mål ges av beslutsfunktionens omgivning — i vårt fall bankledningen. Vilka dessa mål är och vilka krav de ställer på modellen diskuteras i första delen av kapitel 5.

Det är också väsentligt för valet av beslutsfunktion att klargöra vilken information som är tillgänglig. Vilka komponenter kan den historiska vektorn $\mathbf{h}_t$ och omgivningsvektorn $\mathbf{v}_t$ innehålla?

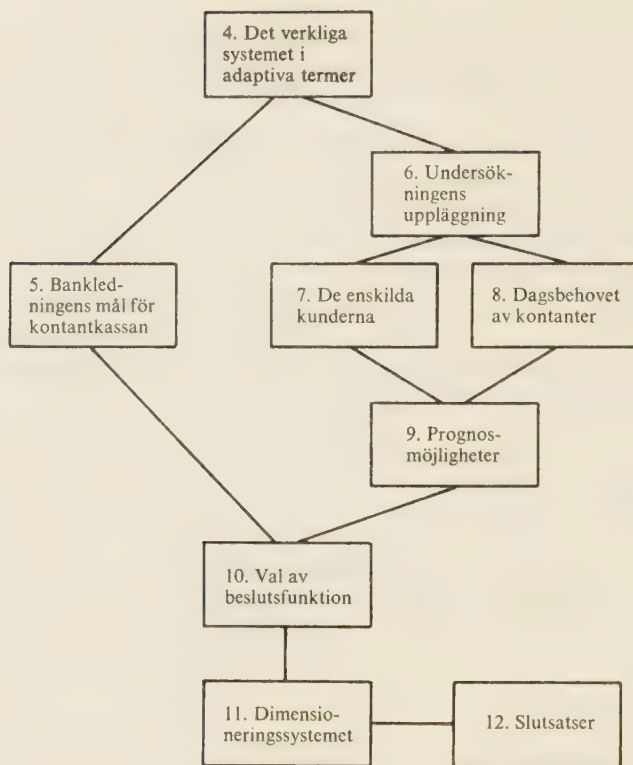


Fig. 3.8: Plan för fortsättningen.

Innehållet i v_t beror på vilka möjligheter som finns att mäta faktorer i omgivningen som är av värde för styrningen. Detta problem behandlas i andra delen av kapitel 5.

Den historiska vektorns möjliga innehåll är dels en funktion av de regelbundenheter som finns i kassasystemets omgivningsvektor, dels också av den historiska processen. Vi har tidigare ägnat 3.5.4 och 3.5.5 åt en diskussion av detta. Denna diskussion resulterade i en undersökningsplan. Vi följer denna plan genom att i kapitel 6 beskriva utförandet av punkterna (a)—(d) i ett antal sparbanker. Vi redogör för hur vi gjort observationer under en period då slutaren varit öppen och kundernas individuella påverkan kunnat observeras.

Resultaten av dessa observationer presenteras i kapitel 7, där vi sammanfattar observationerna genom att anpassa sannolikhetsfördelningar och beräkna parametrarna för dessa. Detta ger en bild av hur kassasystemet påverkas i stegen under dagen.

För att vara användbar i en beslutsprocess där steget är en dag måste denna information översättas till information om kundernas största ackumulerade kontantbehov under dagen. I undersökningsplanen är detta punkt (e). Denna behandlas i kapitel 8.

Eftersom det största ackumulerade kontantbehovet i regel inte uppstår vid slutet av dagen kan det inte mätas genom observationer av kassans tillstånd vid denna tidpunkt. Dock måste vi basera den historiska processen på just dessa

observationer. Vi måste alltså söka relatera det största ackumulerade kontantbehovet under dagen till det totala utflödet under samma dag.

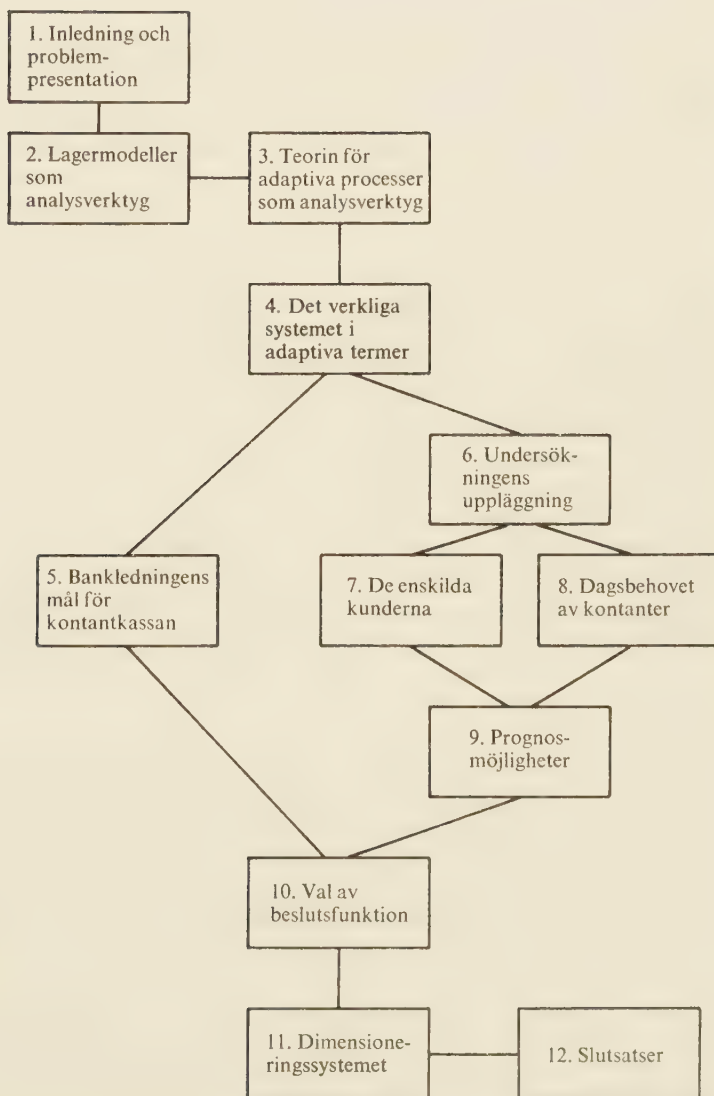
Den historiska informationsvektorn skall ge uppskattningar av framtida behov. Det är därför nödvändigt att undersöka om sådana prognoser är möjliga och vilken precision de i så fall kan ge. I kapitel 9 behandlar vi dessa problem.

Hunna så långt har vi fått en uppfattning om vilken information som kan tänkas flyta till beslutsfunktionen från den historiska processen och från beslutsfattarens omgivning. Dessutom har vi undersökt vilka mål bankledningen har.

Detta ger krav och begränsningar för beslutsfunktionen. I kapitel 10 diskuteras olika modeller varefter det slutliga valet av kriteriefunktion sker.

I kapitel 11 redogör vi för den nya adaptiva beslutsprocessen. Avslutningsvis summerar vi i kapitel 12 resultaten.

4. Det verkliga systemet i adaptiva termer



4.1 Inledning

Vi skall i detta kapitel beskriva det verkliga systemet i de termer som utvecklats i kap. 3. Uppläggningsen av kapitlet är den att var och en av funktionerna i utgångssystemet gås igenom. Varje funktion symboliseras i figurerna 3.4 och 3.6. Vi börjar med att beskriva bankledningen, eftersom det är denna som ställer upp målen för verksamheten och ger begränsningarna. Därefter redogör vi för vilka delar av omgivningen som påverkar beslutet, dvs. vi definierar beslutsfattarens omgivningsvektor. Systemets omgivningsvektor är en av delkomponenterna och redogörs för i avsnitt 4.4. För att kunna fastställa beslutsfunktionens utseende måste förutom ovanstående delar den historiska processen fastläggas.

4.2 Regler för styrningen

Det är bankledningen som ger reglerna för kassahållningen. Dessa är av allmän karaktär, såsom att försäkringstaket helst inte skall överskridas och att man skall sträva efter att hålla nere kassorna. Orsaken, till att inte en precisare styrning sker, är, att kunskapen om kassorna är för liten. Detta beror framför allt på att det är svårt att få fram data som gör det möjligt att dimensionera kassorna. Den information bankledningen har tillgång till är vanligtvis endast totala behållningen per dag i vilken inkluderas checkar. Att utifrån denna information bilda sig en uppfattning om lämplig kontantkassastorlek ger grova uppskattningar av denna. Bankledningen har därför små möjligheter att avgöra hur mycket pengar en frontkassa bör ha. Av dessa skäl har man på de sparbanker vi undersökt nöjt sig med en mera allmän, policybetonad regelgivning för kassornas kontantinnehav. Några försök att ta fram data för att kunna styra kassorna mer exakt har inte förekommit på de banker vi varit i kontakt med.

4.3 Omgivningsgenererade variabler

De variabler som ingår i beslutsvektorn förutom systemets status och uppgifter som genererats från den historiska processen är sådana som speglar beslutsfattarens mål och uppfattningar, vilka han får från omgivningen. Vi har uppfattat följande variabler som relevanta för kassörens beslutsvektor förutom de systemgenererade:

— kundkrav

Kassören reagerar t. ex. för om kunden blir irriterad över att behöva vänta framför kassan medan han går till huvudkassan för att göra en extra påfyllning. Likaså kan kunden bli irriterad över att behöva acceptera en

postväxel då han vill ha kontanter. Detta gör att kassören strävar efter att alltid ha tillräckligt med kontanter för att alla kundkrav skall kunna tillgodoses.

— *krav från kolleger*

Speciellt är det huvudkassören som här spelar en stor roll. Huvudkassören har en mängd uppgifter att sköta under dagen och blir besvärad av att kassören gör extra uttag ur huvudkassan under dagens lopp. Detta påverkar kassörerna så att de försöker låta bli att störa huvudkassören mer än nödvändigt och därför beställer de så mycket kontanter att dessa skall räcka under lång tid, minst en dag, helst mer.

— *kassörens utbildning*

Utbildningen påverkar närmast beslutsfunktionens utseende, men kan betraktas som en variabel om någon form av fortsatt utbildning försiggår. En kassör, som under sin utbildning blivit lärd att försöka dimensionera kontantkassan på ett riktigt sätt, känner rimligen som sitt ansvar att se till att den rätta nivån hålls.

— *kassörens arbetssituation*

Det enklaste en kassör kan göra beträffande bestämning av kontantkassans storlek är att vid vissa tillfällen beställa kontanter upp till försäkringstaket (vi betraktar detta som ett absolut tak) och sedan låta kassan sjunka till en viss beställningspunkt. Generellt kan sägas att ju högre kassanivån hålls desto mindre besvär för kassören.

— *öppethållandetid i kassan*

Det är inte bara kassans storlek och typ av dag som är avgörande för beslut om startkassa och extra påfyllningar utan också den tid som kassan beräknas vara öppen. Denna tid bestäms av expeditionschefen och är således ur kassörens synpunkt en exogen variabel.

— *möjlighet till extra påfyllning*

Här skiljer det mest mellan kontor som har huvudkassa och sådana där det endast finns frontkassor. Kassören måste ha ett större säkerhetslager då möjlighet till omedelbar påfyllning inte finns. Samma fenomen uppträder för kvällskassörerna när huvudkassan är stängd, vilket är normalfallet på kvällen.

— *placering i banklokalen*

Alla banklokaler vi hittills träffat på har varit utformade på ett sådant sätt att belastningen på kassorna varit olika, beroende på placering i lokalen. Detta förhållande är mycket påfallande och kassören tar vid bestämmande av påfyllning hänsyn till i vilken kassaplats han för tillfället sitter.

— *typ av kassa*

I allmänhet har man vissa specialkassor som sparbössekassa, lånekassa och notariatkassa. Dessa kassor uppvisar ett annorlunda mönster än övriga på ett flertal punkter.

— *uppfattning om sparbankens policy*

Kassörens uppfattning om sparbankens policy förändras över tiden beroende på en mängd olika faktorer, t. ex. utbyte av personal, ändrad likviditet.

— *kostnadsdata*

Kostnader för extra hämtningar på t. ex. Riksbanken och extra påfyllningar av frontkassor finns inte utredda i någon större omfattning.

4.4 Systemets omgivningsvektor

Kunderna går till kassan för att göra olika typer av transaktioner och kan indelas i tre kategorier.

1. Kunder som gör uttag.
2. Kunder som gör insättningar.
3. Kunder som inte påverkar kontantkassans storlek.

Systemet är i högsta grad beroende av de krav kunderna ställer på det. Vilka är då dessa? Detta vet vi inte exakt, men vi har skapat oss en bild av det genom att intervjua kassörer och annat bankfolk i de undersökta sparbankerna. Vid dessa intervjuer har framkommit att

- kunderna kräver att direkt, utan väntan, få de kontanter de begär.
- en del kunder, som gör större uttag, kan acceptera att antingen gå till huvudkassan eller få en postväxel.
- vissa företag gör regelbundet större kontantuttag för löneutbetalningar. Dessa uttag är kända till ungefärlig storlek och tid på en dag när.
- många företag använder sig av sparbankens servicebox på kvällarna. Känt är att mer pengar flyter in på måndagar än övriga dagar.

4.5 Beslutsfattaren och beslutsfunktionen

Beslutsfunktionen är inte explicit uttryckt, utan det är den enskilde kassören, som beslutar om kontantkassans storlek. Om man så vill kan detta beskrivas så att beslutsfunktionen finns implicit i kassörens huvud.

4.5.1 Vilka variabler ingår i kassörens beslutsfunktion och varför?

Vi kan betrakta de av bankledningen givna direktiven som fasta begränsningar och se dess uppmaning till kassörerna att hålla låga kassor som omgivningens påverkan på beslutsfattaren, kassören.

Tidigare har vi skrivit beslutsfunktionen som

$$d_t = D(s_{t-\tau}, h_{t-\tau}, v_{t-1})$$

där

D = beslutsfunktionen

$s_{t-\tau}$ = systemets tillstånd

$h_{t-\tau}$ = utfallet från den historiska processen

v_{t-1} = beslutsfattarens omgivning

4.5.2 Systemets tillstånd

Varje kund som gör ett uttag eller en insättning av kontanter påverkar systemets tillstånd. Beslutsfattaren har en viss intuitiv uppfattning om kassans status i varje enskilt ögonblick. Om belastningen en dag varit stor kan kassören efter ett antal steg bedöma uttagen som så stora och så många att en extra påfyllning av kassan är nödvändig.

4.5.3 Den historiska processen

I Murphys termer ser den historiska processen ut enligt följande

$$h_{i+1} = H(h_i, s_{i,N_i}) \quad (1)$$

$$h_{i,j+1} = H(h_{i,j}, s_{i,j}) \quad (2)$$

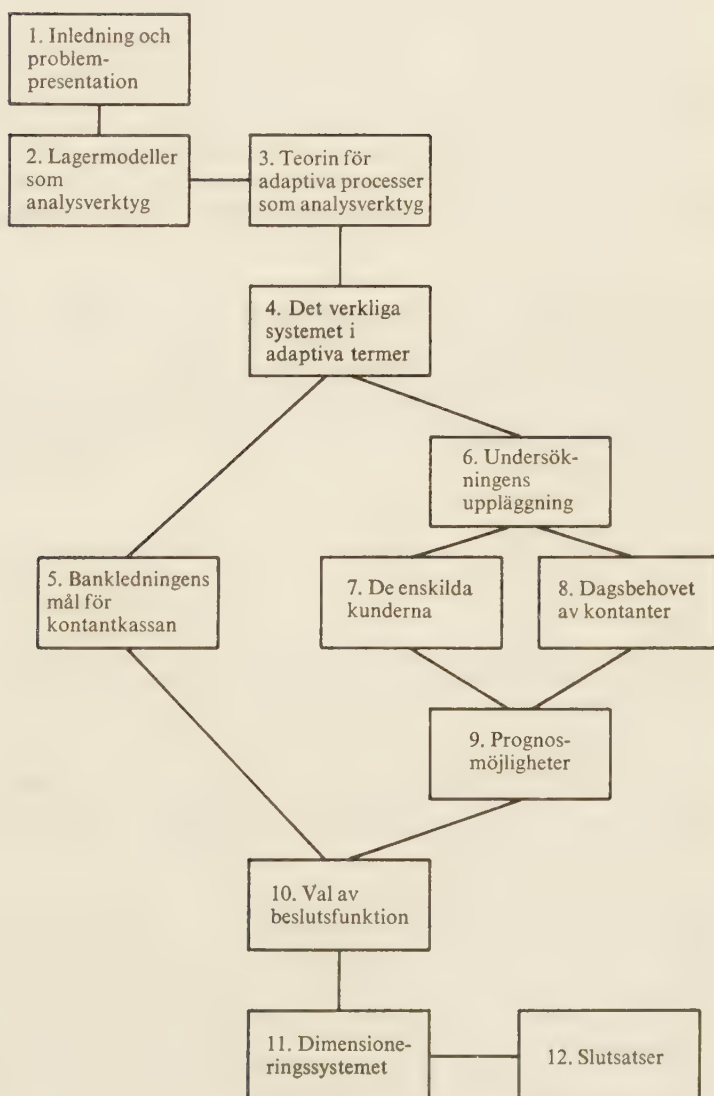
Ekvation (1) beskriver processen då endast en observation per dag sker och (2) då varje observation registreras. En kassör använder sig av båda ekvationerna, dels uppfattar han kontantflödet dag för dag genom att uppräknings av kassan sker efter stängning varje dag, dels har kassören en uppfattning om kassans tillstånd kund för kund. Om dessa båda processer vore bra utvecklade skulle kassören mycket exakt kunna bestämma dagsbehovet av kontanter. Nu är emellertid förhållandena så komplicerade, att kassören endast i mycket summariska drag memorerar de båda historiska processerna. Detta är enkelt att inse, då variationscykeln sträcker sig över ett år och kassören per dag har i genomsnitt ca 100 kunder.

De bristfälliga prognosmöjligheterna upplevs som ett av de största hindren för kassören när han skall bestämma "rätt" kassa.

4.6 Sammanfattning

Syftet med detta kapitel var att beskriva det verkliga systemet i den adaptiva modellens termer för att möjliggöra en analys med hjälp av denna. Bankledningen ger de yttre ramarna för verksamheten. Dess krav på systemet utvecklas mera i detalj i nästa kapitel. Svårigheten med styrningen av kassaverksamheten ligger i att ingen på banken har en samlad bild av hela kassaverksamheten och att den historiska funktionen är dåligt utvecklad.

5. Bankledningens mål för kontantkassan



5.1 Beslutsfunktionen

5.1.1 Inledning

Bankledningens uppgift i detta sammanhang är att ge ramarna för kassaverksamheten samt att tolka sparbankens policy i dessa frågor. Vid uppgörandet av riktlinjerna för systemet har bankledningen problem av två typer:

1. olika mål skall beaktas samtidigt
2. många av variablerna är svåra att kvantifiera t. ex. kassörens tillfredsställelse med arbetet.

Framställningen är upplagd så att först behandlas allmänna teorier, därefter utnyttjar vi dessa teorier för att lösa vårt problem.

5.1.2 Hur behandlas multipla mål och okvantifierade variabler i litteraturen?

Det är inte särskilt svårt att finna litteratur som behandlar multipla mål och okvantifierade variabler. Diskussionen om vinstmaximering, multipla mål och satisfiering har förts av många. Vi tar här upp ett par exempel på synpunkter från ovannämnda framställningar.

5.1.2.1 *Multipla mål*

Elmaghraby (1966, p. 25) skriver:

"It is a rare event indeed in which the design of a system is undertaken relative to *one* criterion. In the overwhelming majority of the cases we wish to optimize relative to *two or more* criteria."

Elmaghraby (1966, p. 26) föreslår tre sätt att lösa problematiken med multipla mål.

- A. "The first is to combine the various measures in one grand measure by weighting them in some linear or nonlinear fashion" "This approach is extensively used, especially when the relative importance (weight) of each measure is known."
- B. "The second approach is to optimize one measure relative to a *primary* criterion, and among the set of optima thus determined, optimize relative to a *secondary* criterion, and so on, until either the measures are exhausted or we possess only one optimal relative to a subset of the measures. In effect, this approach gives a large weight to the primary measure so that it dominates all the other measures. When a set of optima relative to this criterion is determined, it assigns a large weight to the secondary measure, etc."
- C. "The third approach, which is frequently used in the case of two measures, is to fix the level of one of them and optimize relative to the other measure."

Elmaghraby utgår från att den primära variabeln är kvantifierad. Detta sätt att se problemen har sina begränsningar eftersom de viktigaste variablerna ofta är kvalitativa.

"As we have seen, a great many models are not quantitative. It is generally true that we can get more information from quantitative models and, hence, can say that we understand reality a little better than we can when we have qualitative models. But this does not gainsay the importance of qualitative models."

(Miller and Starr, 1960, p. 140)

Indelningen i kvalitativa och kvantitativa data är inte uttömmande, snarare är det så att dessa är ytterpunkterna på en skala. Även en kvalitativ variabel är mätbar såtillvida att den antingen har egenskapen eller inte.

Från den dikotoma nominalskalan, där det endast mätes om egenskapen finns eller inte, går man gradvis över till exaktare mätningar. Först kommer ordinalskalan där objekten rangordnas. En variabel mätt i denna skala kan antingen vara kvantitativ eller kvalitativ. Mer kvantitativt betonade skalor är intervall- och kvot-skala.

"A quantitatively defined outcome is one which is (or is not) obtained in various degrees. That is, the extent to which such an outcome is obtained is potentially measurable. For example, if a person goes out 'to borrow as much as possible,' the amount of success can be measured by the amount borrowed. Or, if a person tries 'to reach a specified destination in the shortest possible time,' his success or lack of it is measurable by the amount of time required. It should be observed that a quantitatively defined outcome is really a set of objectives differentiated from each other by values along a specified scale. Qualitative objectives can, at least in principle, also be described in terms of a scale."

(Ackoff, 1962, p. 33)

5.1.2.2 Satisfieringslösningar

Cofer och Appley (1964, p. 494) har gett ett lösningsförslag på problem där variablerna inte är kvantifierade. Lösningen bygger på att de olika kraven uppnår satisfieringsnivåer.

De förklarar sitt system med ett exempel:

"A potential buyer may evaluate the car against any one or a combination of criteria, including: (1) economy of operation; (2) ease of handling; (3) riding comfort; (4) seating capacity; (5) luggage space; (6) cost of maintenance; and (7) style. Furthermore, individual buyers will differ greatly in particular requirements"

"In this specific case operability can be expressed as one or several levels of aspiration which must be reached or surpassed in order that the system may satisfy the decision-making unit."

Det kan vid första påseende verka som om ovanstående metoder, optimering kontra satisfiering, är stridande mot varandra. Vi uppfattar det inte så utan anser att de olika metoderna är tillämpliga i olika situationer. Om några av de viktigaste variablerna är kvantifierade kan det vara möjligt att använda optimeringsförfaranden, men är en eller flera av de viktigare variablerna mätta i nominalskala eller ordinalskala, är det normalt lämpligare med satisfieringslösningar. Ofta har man problemställningar av den senare arten.

"But it is by no means the case that all business objectives can be expressed in dollars. If, to take an instance, workers' attitudes could be measured in dollars, then it would follow that all possible outcomes in the area of workers' attitudes could be expressed in dollars. The total objective need only be stated as the maximization of profit. We would not require a special description of workers' attitudes. No such easy solution to the problem of conflicting objectives is usually available."

(Miller and Starr, 1960, p. 45)

Eric Johnsen (1968, p. 438) har i sin avhandling "Studies in Multiobjective Decisions Models" dragit en slutsats som starkt påminner om Cofer och Appleys lösningsförslag.

"It is evident that our normal partial models are not designed for delineation of more than one goal, i.e. that of optimizing a particular measure of efficiency. It is also evident that such models function in a normal firm, and that there may therefore exist a set of suboptima or a subset of formal optima and a subset of nonoptima. The most common is presumably a set of unsatisfactory states, because it is often impossible to have a set of partial models work together in such a way that overall satisfaction is created. In our opinion this is mainly due to the absence of explicit relations between the partial models. We think that to some extent it is possible to relate partial models through proper relations so that a decision-making unit may have a set of goals satisfied."

Att optimeringsförfarandet i många fall inte kan användas beror inte endast på antal mål och i vilken utsträckning dessa är kvantifierbara utan också på andra orsaker. Miller och Starr (1960, p. 141) räknar bl.a. upp följande:

"Too many variables required.

The variables are unknown

The relationships are too complex to be formally stated."

I nästa avsnitt skall vi precisera de krav sparbanksledningen ställer på kassasystemet.

5.1.3 Sparbanksledningens krav på beslutsfunktionen

Sparbanksledningarna har ofta uttryckt sina mål i termer av kostnadsminimering vid de första kontakterna med sparbankerna. Summan av räntekostnader, hämtningskostnader och "loss of sales" skulle minimeras. Vid närmare studium av problemet visade det sig att endast en av ovannämnda tre kostnader kunde åsättas ett värde av bankledningen nämligen räntekostnaden. Även denna kostnad var svår för dem att fastställa då den berodde på var dessa pengar alternativt kunde placeras och hur lång tid de kunde placeras på. När problemet ytterligare analyserades stod det klart att bankledningen ställde en rad krav på lösningen utöver en minimering av hämtningskostnad, räntekostnad och "loss of sales".

Man ansåg att

- belastningen på personalen inte fick öka dvs. antalet extra hämtningar fick inte överstiga vad man haft tidigare.
- det system som skulle införas borde vara enkelt att använda och kostnaden för det fick endast vara någon procent av den inbesparing man beräknade göra.
- kundernas krav på kontanter tillgodoses i lika stor utsträckning som tidigare.
- kontantkassorna skall ha rätt sammansättning så att kunden kan få sina kontanter i de valörer han önskar.

5.1.3.1 Kraven i den adaptiva modellens termer

En av de viktigaste komponenterna i den adaptiva modellen är bankledningens krav på beslutsfunktionen.

Om vi studerar funktionen

$$d_{i+1} = D(s_{i,N_i}, h_i, v_i),$$

så finner vi att sparbanksledningen påverkar beslutsfunktionen på två sätt.

Dels bestämmer den funktionen D , dels ingår sparbanksledningen som en del i v_i . I detta avsnitt redogörs för bankledningens påverkan på D . v_i diskuteras i 5.2.

5.1.3.2 Sammanfattning av kraven på beslutsfunktionen

Sammanfattningsvis kan de viktigaste kraven uttryckas på följande sätt.

1. Kunden skall med mycket stor sannolikhet erhålla de kontanter han begär.
2. Personalen skall inte i större utsträckning än nu belastas med extra hämtningar av kontanter i huvudkassan.
3. Räntekostnaden för sparbankens kontantinnehav skall minimeras.
4. Distributionskostnaden för sparbankens kontanter skall minimeras.
5. Systemet skall vara enkelt att använda.
6. De operativa hjälpfunktionerna skall vara billiga (i förhållande till beräknad kostnadsbesparing).
7. Systemet skall vara lätt att styra och reglera.

5.1.3.3 Satisfiering eller optimering?

Om vi nu jämför de krav som ledningen ställer på modellen med de kriterier som ligger till grund för ett val mellan satisfiering eller optimering finner vi att

- det finns flera olika kriterier.
- flera variabler är kvalitativa.
- om samtliga variabler skall vara med i en optimeringsmodell blir denna ytterst komplex.

På grund av ovanstående skäl har vi valt att arbeta med en satisfieringsmodell. Rent praktiskt har vi förfarit så att bankledningen med hänsynstagande till badwill, distributionskostnader och räntekostnader bestämt med vilken sannolikhet startkassan skall räcka en bankdag.

5.2 Vilka uppgifter kan kontinuerligt påverka beslutsfunktionens variabler?

Vi vill här skilja mellan den tillfälliga påverkan som bankledningen utövar när den utformar beslutsfunktionen och den information som sedan kontinuerligt tillföres denna. Bankledningen kan t. ex. bestämma att räntekostnad skall ingå som en variabel. Om sedan räntan ändrar sig påverkar detta kassahållningen utan att ändra på beslutsfunktionens utseende. Denna typ av information kan inte ändra beslutsregeln men den påverkar besluten därför att ett variabelvärde förändras. De variabler som kontinuerligt kan komma in i beslutsfunktionen är:

1. Badwillkostnad
2. Extra belastning av personalen
3. Förräntning av frigjorda kassamedel
4. Distributionskostnad,

5.2.1 Badwillkostnad

Uppenbart är att vi här träffat på en mycket känslig punkt hos sparbanken. Sparbanksfolket anser att kundreaktionen är häftigt negativ om inte kontanter finns när kunden ber att få sådana. Någon kvantifiering av kostnaden har inte varit möjlig att erhålla. Detta beror bland annat på att inte någon sparbank (oss veterligt) någonsin gjort systematiska studier av sin kundkrets.

”I Gamla Sparbanken ansåg man sig vara mycket serviceorienterad trots att vår undersökning visade att det mest kännetecknande för organisationen var en nästan total okunnighet om kunderna.”

(Rhenman, 1969, p. 59)

5.2.2 Extra belastning av personalen

För att häva den stigande kostnadsutvecklingen i sparbanken, vilken främst beror på ökade lönekostnader, har rutinrationalisering bedrivits ett flertal år i sparbankerna. Detta har fått som följd att vi, när vårt system införts, har att räkna med att personalen, åtminstone vid höga belastningsperioder är maximalt utnyttjad. Detta innebär att om ytterligare arbetsuppgifter läggs på kassapersonalen måste denna utökas.

Vi utgår av denna anledning från att personalen i princip inte får ytterligare belastas.

5.2.3 Förräntning av frigjorda kassamedel

Räntekostnaden kan tyckas enkel att fastlägga. Det har dock visat sig att meningarna är synnerligen delade både inom och mellan de sparbanker vi undersökt.

En del anser att man bör räkna inlåningsräntan, ty det är vad man betalar för att låna pengar, andra anser att den ränta sparbanken får på sina korta lån skall vara normgivande. Båda åsikterna bygger på förenklade antaganden. Förhållandena är mer komplicerade än så.

Kontantkassan ingår som en del i den totala mängden av likvida medel. Banklagen anger en viss minimigräns för den totala likviditeten. Ofta sätter bankledningen själv en likviditetskvot som ligger högre än lagens, som ett uttryck för en värdering av den rörelsefrihet den högre likviditeten ger.

Det belopp, som frigörs vid en sänkning av kontantkassan, kan ses som ett tillskott till den likviditet som banken kan arbeta med. Före sänkningen kunde det betraktas som bundet, trots att det utgjordes av likvida medel. Med ett bibehållet krav på rörelsefrihet kan därför bankledningens minimigräns för likviditeten sänkas med samma belopp som frigöres ur kassan.

De medel som frigöres behöver alltså inte placeras i någon form av likvida medel utan kan användas på annat sätt så länge detta inte medför en konflikt med banklagens begränsning. Detta öppnar vägen för omplaceringar i det komplicerade nät av beroende räkningsslag som utmärker banken. Vilken effekt de frigjorda kassamedlen får för bankens totala resultat är oerhört svårt att uttala sig om. För att ändå få en viss uppfattning om detta har vi gjort några experiment med en bankmodell.

Denna modell för dynamisk kapitalplanering, som utvecklats av Andersson och Bjerke (1971), innehåller såväl beroenden mellan olika placeringsalternativ som

begränsningar på dessa. Begränsningarna är ett uttryck för lagens krav och bankens policy. På basis av en initial balansräkning optimeras bankens resultat över flera perioder, tillsammans av storleksordningen 5—10 år. Modellen använder lineär programmering som optimeringsmetod.

Med hjälp av denna modell har vi undersökt effekterna på en speciell banks totala resultat av olika procentuell sänkning av kontantkassan. Vi har då utgått från den bank som används som exempel i ovannämnda avhandling och endast förändrat kontantkassans storlek.

De resultat vi erhållit baseras alltså på de speciella förutsättningar som gäller för denna bank. Dock kan de ge en uppfattning om vilken avkastning man kan vänta sig av de frigjorda kassamedlen. Bankens totala resultat över de 8 år beräkningarna gäller ges i tabell 5.1 för olika procents reduktion av kontantkassan. Vi ger även medelförräntningar för de frigjorda medlen.

Tabell 5.1: Resultatförbättringar vid reduktion av kontantkassan.

Procentuell reduktion	Totalt resultat tkr	Medel förräntning %
0	177 492	—
15	182 228	15.8
30	187 230	10.9
50	193 774	11.1

De redovisade resultaten pekar på högre förräntningsprocent än de som föreslagits från bankhåll.

5.2.4 Distributionskostnad

Vi måste här beakta två typer av distributionskostnader nämligen till kontoret och inom kontoret. Kostnaden inom kontoret anses vara negligerbar om endast påfyllning sker på morgonen innan banken öppnar för dagen. Avtalen med kassörerna är uppgjorda på ett sådant sätt, att sparbanksledningarna inte anser sig produktivt kunna utnyttja den tiden till något annat arbete.

När det gäller distributionen till kontoren finns en rad olika varianter:

- hämta på riksbanken
- hämta via postgiro
- paketförsändelse via buss
- paketförsändelse via post
- hämta på affärsbanken i samma stad
- hämta med egen bil
- utkört från huvudkontoret.

Det bästa av ovanstående sätt torde vara att hämta på riksbanken under förutsättning att denna ligger nära. Detta fall är tämligen okontroversiellt och ointressant. Vad som däremot kan diskuteras är om man skall ha någon form av beställning i förväg typ postgiro, bussförsändelse eller man skall köra med egen bil. Nackdelen med beställningssätten är en tidsfördröjning på upp till 2 dagar.

Detta gör att man tvingas ligga med höga reservkassor. Några generella slutsatser angående hur kontanterna skall distribueras går inte att ge, ty billigaste sättet beror på avstånd och kommunikationer.

Ibland kan specialavtal träffas. Sålunda hämtades kontanterna i 2 av de 11 undersökta kontoren i affärsbanken i samma stad.

5.3 Sammanfattning

Med utgångspunkt från bankledningens krav och med hjälp av en litteraturstudie valdes satisfiering före optimering. I avsnitt 5.2 behandlas de variabler som skall ingå i beslutsfunktionen. Vi fann att badwillkostnaden var svår att kvantifiera. I princip skulle extra belastning av personalen undvikas. Även förräntningen av frigjort kapital visade sig svår att bestämma. Ett experiment med en modell för dynamisk kapitalplanering tydde på en högre förräntningsprocent än den som föreslagits från bankhåll. Distributionskostnaden delades upp enligt följande:

— *inom kontoret*

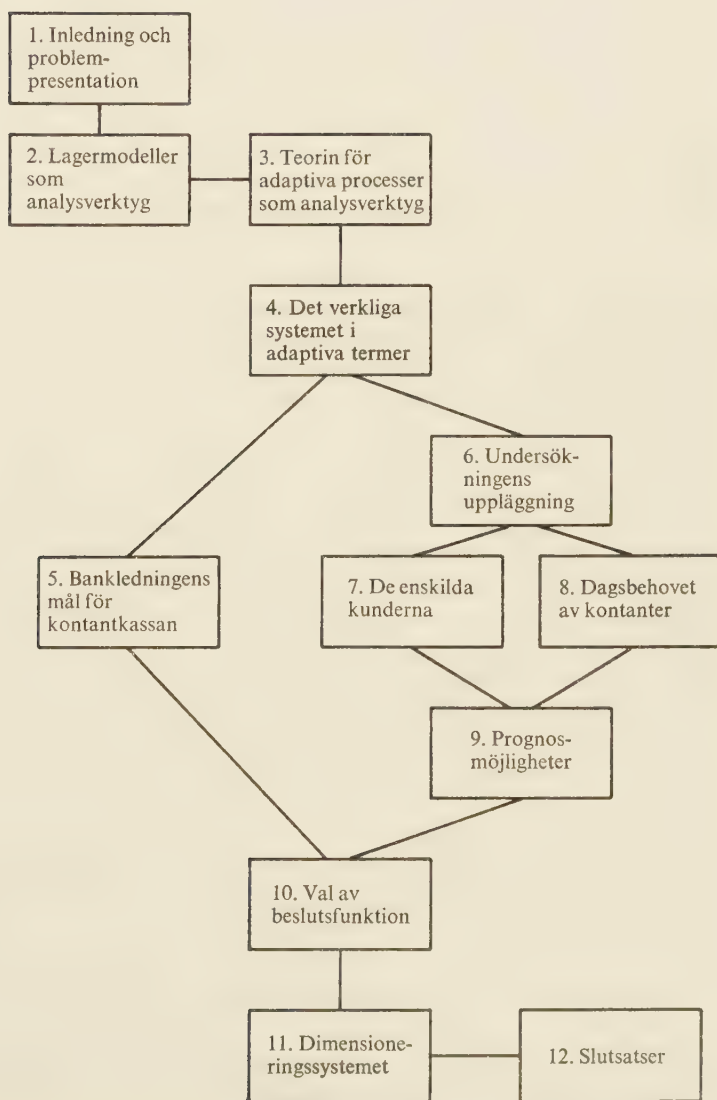
Denna kostnad bedömdes som negligerbar.

— *till kontoret*

Sättet att transportera pengarna till kontoret varierar starkt och därmed kostnaderna härför. Då dessa är betydande påverkar de kassareserven i stor utsträckning.

Då kraven på modellen kartlagts blir nästa steg att undersöka kassakraven på kontoren. I följande kapitel behandlas uppläggningsen av undersökningen på kontoren.

6. Undersökningens uppläggning



6.1 Inledning

I föreliggande kapitel behandlas undersökningar av kundernas individuella påverkan på bankkassorna och de konsekvenser för dagsbehovet av kontanter denna får.

Låt oss kortfattat rekapitulera den diskussion som fördes i kapitel 3 om avsikten med en sådan undersökning och om vilka moment den bör omfatta.

Om man ser den aktuella beslutsprocessen som en typ 3-process kan man konstatera att den historiska processen får information om kundernas påverkan på kassasystemet endast en gång per dag — vid kassaavslutningen efter kassans stängning. Detta medför en långsam adaption, och den information som erhålles är dessutom något tvivelaktig. Kunderna har kanske vid någon annan tidpunkt under dagen haft ett större ackumulerat kontantbehov än kassaställningen vid dagens slut visar.

För att avhjälpa bristerna i den historiska processen observerar vi systemet under en tidsperiod då slutaren är tillfälligt öppen. Vi genomför alltså en undersökning där varje kunds påverkan noteras. De data som samlats in bearbetas för att få den erhållna informationen strukturerad. Vi anpassar data till sannolikhetsfördelningar och bestämmer dessas parametrar. Dessutom söker vi mönster i parametrarnas variation över tiden.

Vi kommer att redogöra för erfarenheter och resultat från ett antal undersökta sparbanker. Därvid kommer vi att referera hur datainsamlings- och databearbetningsmetoderna har utvecklats på grundval av vunna erfarenheter.

Jämförbara data finnes från fyra danska och tre svenska sparbankskontor. Dessförinnan har förstudier gjorts på tre svenska sparbanker och en dansk.

Vi vill poängtera att den logiska följd i analysen som kapitelindelningen och kapitelföljden avspeglar inte helt motsvarar den historiska utvecklingen av informationsinsamling och modellbygge. I själva verket har vi att göra med en iterativ läroprocess där den insamlade informationen från en viss undersökning påverkar modellutvecklingen vilken i sin tur påverkar datainsamling och databearbetning i den följande undersökningen. Vi kan instämma med Ackoff (1965, p. 26) då han säger:

"This book is organized around a discussion of each of these phases of research. These phases are not discrete stages each of which is completed before the next is begun. In general all phases go on simultaneously and are completed together. They frequently are begun, however, in the order in which they are listed.

The research process is usually cyclic."

Detta gäller, naturligt nog, i högsta grad de tidigaste undersökningarna som mer har karaktären av förstudier.

Vi har valt kapitelindelning och kapitelföljd så att den enligt vår mening framhäver den väsentliga analysgången. Detta leder till att vi vid några tillfällen måste

hänvisa framåt. Vi hoppas dock att detta inte skall leda till några problem i fråga om förståelsen.

Låt oss övergå till att skissera hur föreliggande kapitel är organiserat.

Vi skall observera ett antal kunders påverkan på kassan och sammanfatta denna datamängd till överblickbara mått.

Coombs (1964, p. 6) beskriver situationen sålunda:

"---, the entire process of measurement and scaling may be said to be concerned with data reduction. We have, perhaps, an overwhelming number of observations, and their comprehensibility is dependent on their reduction to measurements and scales."

Coombs har i sin bok tonvikten lagd på psykologiska mätproblem, ett betydligt svårare område än det vi här behandlar, men hans strukturering av det vi skall ta upp i detta kapitel illustrerar väl de väsentliga momenten. Vi tar alltså upp hans illustration trots att vi inte kan använda den fullt ut.

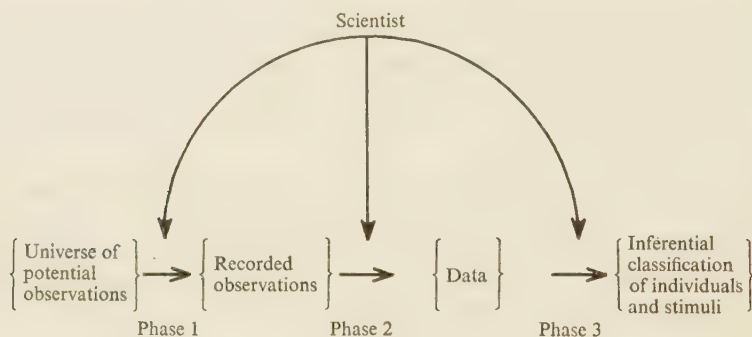


Fig. 6.1: Flödesschema (Coombs, 1964, p. 4).

"At the extreme left is the universe of potential observations, all of the things the behavioral scientist might choose to record. — From this richness the scientist must select some few things to record, and this step is called phase 1 in the diagram."

(Coombs, 1964, p. 4)

"Phase 2 involves a classification of observations in the sense that individuals and stimuli are identified and labeled, and the observations are classified in terms of a relation of some kind between individuals and stimuli, or perhaps just between stimuli."

(ibid., p. 5)

"Then, given this prior classification, phase 3 involves the detection of relations, order, and structure which follow as a logical consequence of the data and the model used for analysis."

(ibid., p. 5)

Som vi tidigare nämnde är vårt mätproblem inte lika komplicerat som de, som möter psykologer och sociologer, i det att fas 2 i vårt fall är ganska självklar. De uppmätta observationerna låter sig lätt överföras i data. Vi kommer alltså huvudsakligen att uppehålla oss vid fas 1 och fas 3.

I nästa avsnitt (6.2) diskuteras vilka observationer som skall göras och denna diskussion baseras på problemanalysen i kapitel 3. Hur dessa observationer samlats in, vilka fel och problem som uppstått i det sammanhanget redogör vi för i 6.3

där vi också kommer in på hur datainsamlingsmetoderna förändrats av olika skäl. Dessa två avsnitt behandlar alltså fas 1 och fas 2 i Coombs modell. Fas 3 — bearbetningen av data för att erhålla sammanfattande information — utföres i de två följande kapitlen där även resultaten från de undersökta bankerna presenteras.

6.2 Önskade observationer

Inför valet av vilka observationer som skall göras återgår vi till beskrivningen av kassaproblemet som en typ 3-process. I normalfallet, vid slutare som öppnar en gång om dagen, kan vi skriva

$$(1) \quad s_{i, N_i} = s_{i-1, N_{i-1}} + d_i - \tilde{u}_i \quad i = 1, 2, \dots, M$$

som beskriver kassasystemets transformationer sett från den historiska processens och beslutsfattarens synpunkt. Ekvationen speglar den information som passerar slutarna vid de tillfällen dessa är öppna. Här betecknar alltså

s_{i, N_i} = kassans kontantinnehåll vid slutet av dag i

$\tilde{u}_i$ = det kontantbelopp varmed kunderna minskat kassan under dag i

d_i = det belopp varmed beslutsfattaren—kassören fyllt på kontantkassan under dag i

N_i = antalet kunder som påverkat kassan under dag i .

Kassasystemets transformationer kan också beskrivas på följande sätt:

$$(2) \quad \begin{aligned} s_{i, 1} &= s_{i-1, N_{i-1}} + d_i + u_{i, 1} & i &= 1, 2, \dots, M \\ s_{i, j} &= s_{i, j-1} + u_{i, j} & j &= 2, 3, \dots, N_i \end{aligned}$$

där

$s_{i, j}$ = kassans kontantinnehåll under dag i efter dagens j :te kund

$u_{i, j}$ = det belopp i kontanter i :te dagens j :te kund lämnat i kassan

d_i = det belopp varmed beslutsfattaren—kassören fyllt på kontantkassan vid början av dag i

N_i = antalet kunder som påverkat kassan under dag i .

Låt oss anta att undersökningen pågår under M dagar. Under denna tid observerar den normala historiska processen

$$\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_M$$

Med slutaren öppen kan vi under samma tid observera

$$u_{1, 1}, u_{1, 2}, \dots, u_{1, N_1}, u_{2, 1}, \dots, u_{M, N_M}$$

Vi vet att följande samband gäller:

$$\tilde{u}_i = - \sum_{j=1}^{N_i} u_{i, j}$$

Vi vet också att den aktuella dagen följande kontantbelopp var nödvändigt som startkassa för att kassan under dagen inte skulle gå tom:

$$\zeta_i = -(\min_{k \leq N_i} \sum_{j=1}^k u_{i, j})$$

Denna storhet är alltså av betydelse för styrningen. Vi benämner den i fortsättningen *kassakravet*.

Det styrda systemets utveckling kan fullständigt beskrivas om vi känner värdena på följande variabler:

$$\begin{aligned} N_i & \quad i = 1, 2, \dots, M \\ u_{i,j} & \quad j = 1, 2, \dots, N_i; i = 1, 2, \dots, M \\ d_i & \quad i = 1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

Det är emellertid inte möjligt att utöva denna fullständiga kontroll med enbart kunskap om värdet på

$$\tilde{u}_i \quad i = 1, 2, \dots, M$$

eftersom detta inte överensstämmer med

$$\xi_i \quad i = 1, 2, \dots, M.$$

Eftersom systemet helt beskrivs av

$$N_i, u_{i,j} \text{ och } d_i$$

väljer vi att observera dessa. Ur dessa observationer kan vi sedan få värdena på

$$\tilde{u}_i \text{ och } \xi_i.$$

Dessa senare diskuteras i kapitel 8 som ägnas åt kundernas dagspåverkan. Vi återkommer emellertid till $\tilde{u}_i$ i samband med en mera preciserad definition av $u_{i,j}$ eftersom det visar sig att vissa praktiska problem uppstår.

Låt oss närmare gå in på var och en av de tre variabler vi valt att observera.

N_i står för antal kunder som påverkar kassan och ger knappast anledning till några mer omfattande överväganden. Definitionen är dock inte helt precis. Skall vi innefatta kunder som utför transaktioner vid kassadisen, men vars transaktioner går jämt upp och alltså inte förändrar kontantkassans tillstånd? Dessa kunder är ointressanta vid beskrivningen av kassaprocessen men kan eventuellt komma att innefattas i ett framtida prognossystem. Det kan nämligen innebära svårigheter och kostnader att i en framtida beslutsprocess ha ett speciellt registrerings- och prognossystem för det antal kunder som påverkar kontantkassan. Vi väljer alltså att definiera N_i sålunda.

N_i = det antal kunder som under dag i utför något bankärende vid en kassadisk.

$u_{i,j}$ är den påverkan den j :te kunden under dag i utsätter kontantkassan för. I enlighet med vår definition på N_i kan alltså $u_{i,j}$ anta värdet 0 såväl som negativa och positiva värden.

Vi leds här naturligt in på att diskutera en avgränsning som gjorts utan närmare motivering. Genom vår definition av kassaprocessen har vi förutsatt att totalbeloppet är den storhet som skall styras. Vi har dock tidigare nämnt att beslutet om storleken på kontantkassan gäller även dess valörsammansättning. Vi borde alltså ha information som gör det möjligt att bestämma denna. Detta pekar på att vi skulle definiera processen med hjälp av vektorer vars komponenter utgörs av belopp för olika valörer. Som vi skisserade i kapitel 3 skulle detta vara möjligt. Det skulle dock vara praktiskt mycket svårgenomförbart och kostnads-

krävande att för varje kund observera icke endast totalbeloppet utan även hur detta är sammansatt av olika valörer.

Vi har därför valt att behandla problemet med totalbeloppet skilt från valör-problemet. Lösningen av det senare baserar vi på observationer av valörmixen i dagsutflödet. Vi får genom dessa möjligheter att skapa oss en uppfattning om behovet av olika valörer.

Vi vet att kassörerna har som regel att betala ut beloppen i så få sedlar som möjligt om inte kunden speciellt önskar något annat. Däremot vet vi inte mycket om valörfördelningen då kunden ökar kassan. Vi kan emellertid ställa upp hypotesen att även i det fallet gäller approximativt samma regel. Denna hypotes kan sedan testas mot observerade värden på dagsutflödet på basis av värden på enskilda kunders påverkan. Vi simulerar regelns tillämpning på de faktiska beloppen under en dag och jämför nettoförändringarna i valörer mot de faktiskt uppnådda värdena på valörfördelningen i dagsutflödet. Vi har också möjligheten att helt basera oss på den procentuella fördelningen av valörerna i dagsutflödet. Vi återkommer till detta i kapitel 8 men redan nu kan vi med en hänvisning framåt konstatera att problemet tillfredsställande kan lösas utan att man observerar valörfördelningen för varje kund.

Vi väljer alltså att endast observera beloppet för den enskilda kunden, medan vi för totalförändringen under dagen observerar varje valör. Vi kommer emellertid att vid den fortsatta analysen huvudsakligen arbeta med totalbeloppet även för dagsförändringen utan att ta hänsyn till de olika valörerna. Vi accepterar därför de tidigare definitionerna på $u_{i,j}$ och $\tilde{u}_i$ men kompletterar dessa med ytterligare tre storheter.

$\tilde{u}_i$ = det kontantbelopp varmed kunderna under dag i minskar kassan, ett belopp för varje valör

Eftersom $\tilde{u}_i$ icke kan observeras direkt blir vi nödgade att i stället räkna fram den som en funktion av andra variabler.

$$\tilde{u}_i = s_{i-1, N_{i-1}} + d_i - s_{i, N_i}.$$

Vi observerar därför s_{i, N_i} kassahållningen vid slutet av dagen och analogt med $\tilde{u}_i$ definieras s_{i, N_i} som en flerdimensionell vektor.

d_i är det belopp som tillföres kassan genom beslutsfattaren. Även denna måste i linje med ovanstående resonemang vara en flerdimensionell vektor och definieras analogt med $\tilde{u}_i$. Eftersom det under dagen kan uppstå kassabrist, som resulterar i extra påfyllningar, måste vi vid observationerna även notera dessa förändringar i kassastorleken. Vi innefattar dem i d_i och betraktar dem som gjorda vid dagens början.

Vi observerar alltså

s_{i, N_i} = det kontantbelopp som ligger i kassan vid slutet av dag i , ett belopp för varje valör.

d_i = det kontantbelopp som tillföres kassan under dag i av kassören, ett belopp för varje valör.

Då vi nu avgjort vilka observationer som skall göras återstår att välja hur lång tidsperiod som undersökningen skall omfatta, dvs. bestämma värdet på M .

Vi ställs då inför problemet att väga värdet av den förbättrade kunskap som ett visst M kan ge mot den kostnad som detta kan medföra. Denna avvägning kan inte göras innan vi har någon uppfattning om vilka möjligheter vi har att finna mönster som är stabila. Det kan vara rimligt att i en förstudie hålla M lågt och på basis av ökad kunskap göra en omprövning av storleken på M . Låt oss än en gång föregripa resultatpresentationen och ge motiv för ett visst val. Låt oss också direkt konstatera att vi inte gått in på något försök att skatta marginalvärden och marginalkostnader för ökning av antalet observationer. Då vi i en förundersökning konstaterat att vissa mönster troligen kunde vara stabila och det därför var intressant att göra en noggrannare studie, sökte vi uppskatta vilka variationsorsaker som fanns. Bankmän och kassörer gav enstämmigt uttryck för den uppfattningen, att variationerna i kontantbehovet visade återkommande mönster månad för månad. Speciellt avvek månadsskiftena markant från övriga tidpunkter. För att fånga in månadsmönstret måste vi alltså observera minst 22—24 bankdagar. Det kan dessutom vara värdefullt att få en viss överlappning för att kunna konstatera om månadscykeln återkom. Dock bedömde vi att kostnaden för en månads observationer var så stor och den extrabelastning kassörerna utsatts för så besvärande att vi inte vågade gå mycket längre. Vi stannade för att låta undersökningen omfatta 25 bankdagar. Vi valde alltså

$$M = 25.$$

I varje enskilt fall var vi dock beroende av bankens önskemål. Därför varierar M mellan 22 och 29 i de undersökta bankerna.

6.3 Datainsamlingen

6.3.1 Inledning

I detta avsnitt redogör vi för hur data samlats in, de problem vi mött och hur datainsamlingsmetoderna förändrats och förbättrats. Vi har valt att disponera avsnittet så att vi för varje variabel genomför denna redogörelse. Vi ger alltså ingen totalbild av undersökningen i ett visst skede av utvecklingen.

6.3.2 Antal kunder och deras belopp

Vid en provstudie på ett litet avdelningskontor till en sparbank i en medelstor stad (Lohmander, 1967) användes enklast möjliga metod att registrera den summa i kontanter som gick över disken för varje kund. Kassören skrev helt enkelt ner beloppet på en stencilerad blankett. Metoden hade två fördelar, den var billig och krävde inga sofistikerade hjälpmedel men den hade flera nackdelar. Den besvärade kassören — blanketten tog plats och var i vägen. Detta resulterade i att den lades åt sidan efter varje notering vilket i sin tur medförde att den då och då glömdes bort. Det fanns inga möjligheter att vid dagens slut kontrollera totalresultatet genom att jämföra med resultatet av kassaavslutningen, utan en arbetssam summering.

Det stod klart att vid en större undersökning måste en annan metod användas.

Vilka krav ställer vi då på en god datainsamlingsmetod? Vi fann följande väsentliga önskemål:

Den skall

- vara lätt för kassören att använda
- ge få felaktiga noteringar
- ge möjlighet att på ett enkelt sätt korrigera upptäckta fel
- ha kontrollmöjligheter så att fel upptäcks så snart som möjligt
- medge en uppskattning av felens storlek
- vara billig
- vara anpassad till den metod som skall användas vid bearbetningen.

Det låg nära till hands att tänka på en räknemaskin som hjälpmedel. Kassören var van att använda den, den gav möjligheter till en enkel kontroll av dagstotalen, den var billig. Eftersom den ordinarie maskinen vid arbetsplatsen inte kunde användas — den behövdes för tillfälliga summeringar — måste en extra maskin sättas in under den period undersökningen pågick. Vi bestämde oss för att pröva räknemaskiner för registreringen av kundernas kontantbelopp.

Rutinen var följande. På morgonen satte kassören sin kassastämpel på remsan i maskinen så att datum och kassaplats var bundna till registreringarna av kunderna. Maskinen tömdes och under resten av dagen noterades för varje kund det kontantbelopp denne tillförde eller avtappade kassan. Då bankdagen var slut gav ett tryck på totalknappen den totala förändringen i kontantkassan under dagen. Vid kassaavslutningen, då kassören räknar upp de kontanter som finns i kassan, kan han direkt se om den registrerade summan stämmer med skillnaden mellan start- och slutkassa korrigerad för in- och utleveranser. Då summorna skiljer sig har han möjligheten att söka erinra sig var någon notering saknas eller något fel begåtts och om möjligt rätta detta. I vilket fall som helst gav den eventuella avvikel- sen klart besked om hur stora fel som begicks vid datainsamlingen.

Metoden hade den för bearbetningen uppenbara fördelen att noteringarna var tydliga — de läsfel som lätt blev resultatet av handskrivna siffror försvann. Dock kvarstod fortfarande nackdelar. Kassören glömde noteringar och slog in fel belopp utan att uppmärksamma det. Metoden var fortfarande beroende av den mänskliga faktorn. Fler kontroller och mer sofistikerade system skulle öka kostnaderna avsevärt och eftersom felet i regel inte var stora beslöt vi fortsätta med samma insamlingsmetod. Vi försökte minska felet genom att bestämt kräva att slutsumman för dagen skulle stämma med den från kassaavslutningen. Detta resulterade i att slutsumman stämde, men vi fann vid kontroll att många av rättelserna var fritt uppfunna av kassören som såg riktigheten av slutsumman som viktigare än en korrekt registrering. Situationen hade försämrats eftersom vi nu inte längre ens visste storleksordningen på felregistreringarna. Vi kunde inte lita på slutsumman som kontroll.

En annan linje hade bättre effekt. Vi kunde konstatera att ju mer kassörerna visste om målen för undersökningen, hur den var upplagd och varför det var viktigt att registreringarna var rätta desto bättre medverkade de och desto mindre blev felet. Vi har alltså efterhand ökat informationen till och utbildningen av kassörerna före undersökningen.

Datainsamlingsmetoden var billig, enkel och gav rimliga fel, vi erhöll data på ett tillfredsställande sätt. Dessa data skulle dock bearbetas.

Så länge bearbetningen skedde för hand var remsan från räknemaskinen utmärkt, men då datorn togs till hjälp uppstod problem vid överföringen av data från remsan till maskinen. En ny felkälla uppträdde. Data på remsorna från räknemaskinen

maskinen stansades på hålremsa som sedan lästes in i datorn. Öväntat många felstansningar uppträdde och rätttningsarbetet blev tidsödande.

Problemet är lika gammalt som datorerna. Det extra mellanledet med översättning av data till ett språk som maskinen förstår har hela tiden gett upphov till fel. På senare tid har man därför konstruerat inputorgan till datorn som kan läsa siffror och bokstäver. Ännu krävs dock för att nå hög pålitlighet att tecknen är av speciell typ. För att remsan från räknemaskinen skulle kunna läsas direkt av en OCR-läsare (Optical Character Reading) måste trycktyperna ändras. Erfarenheterna från den senaste undersökningen, där dessa räknemaskiner använts, är goda. Problemen med inläsningen i datorn har minskat. Dessutom försvinner den kostnadskrävande stansningen.

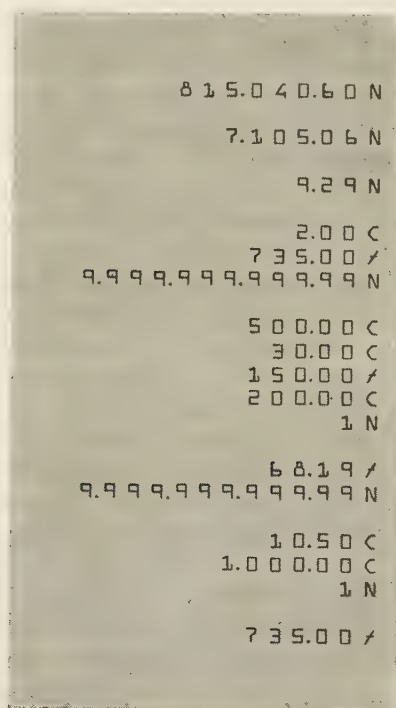


Fig. 6.2: Räknemaskinremsa för OCR-läsning.

I samtliga fall har alltså u_i registrerats varpå N_i erhållits som antal noteringar under dagen.

6.3.3 Kassapåfyllningar och kassaavslutningar

I modellen är d_i en påfyllning vid början av en bankdag. I det system vi observerar är d_i ofta uppdelad på flera kassapåfyllningar under dagen (naturligtvis kan d_i vara negativ d. v. s. kassans behållning sänks). För beräkningen av $\tilde{u}_i$ är detta betydelselöst men praktiskt uppstår vissa problem. Det är inte endast två observa-



Kontantrapport

1	☐	Startkassa	KASSASTÄMPEL																		
2	☐	Inleverans																			
3	☐	Utleverans																			
4	☐	Slutkassa																			
5	<table border="1"><thead><tr><th colspan="3">BANK</th><th colspan="3">KONTOR</th><th colspan="3">KASSA</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>		BANK			KONTOR			KASSA												Identifikationsnummer
BANK			KONTOR			KASSA															
13	<table border="1"><thead><tr><th colspan="2">ÅR</th><th colspan="2">MÅNAD</th><th colspan="2">DAG</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>		ÅR		MÅNAD		DAG								Datum						
ÅR		MÅNAD		DAG																	
19	<table border="1"><thead><tr><th colspan="2">TIMME</th><th colspan="2">MINUT</th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table>		TIMME		MINUT						Klockslag										
TIMME		MINUT																			
		BELOPP																			
1000	23	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			
100	29	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			
50	35	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			
10	41	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			
5	47	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			
1	53	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			
Övriga mynt	59	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			
Kasserade sedlar och mynt	65	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			
Antal trans.	71	<table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																			

Fig. 6.3: Blankett för kassapåfyllningar och kassaavslutningar.

tioner om dagen som skall registreras utan varje gång kassören förändrar kassan måste en notering göras. Eftersom samtliga valörer mätes måste man även notera rena växlingar som inte medför att totalbehållningen ändras. s_{i,N_i} är endast en notering per dag men för kontrollens skull har vi föredragit att även mäta behållningen vid dagens början. Antal noteringar per dag och kassör är inte många. De varierar normalt mellan 2 och 6 men stannar ofta vid 2. I speciella fall kunde antalet stiga ända upp till 40.

Sättet att samla in dessa data har inte förändrats i någon större utsträckning sedan de tidigare undersökningarna. Vi startade med en stencilerad blankett som kassörerna fyllde i för hand. Den enda förändring som gjorts beror på övergången från manuell bearbetning till maskinell. Denna medförde en omformning av blanketten så att uppgifterna lätt kunde överföras till hålkort för inläsning i datorn. I detta fall var ordningen på uppgifterna inget problem varför hålremsa inte kom ifråga som inläsningsmedium.

Felfrekvensen har varit liten, trots att vissa kassörer känt denna registreringsuppgift betydligt mer betungande än den att notera kundbeloppen. Eftersom samtliga valörer skall skrivas ner medför varje registrering ett större arbete än den enda notering som göres för en kund.

6.3.4 Antal transaktioner

För kontantkassan är det betydelselöst hur många transaktioner en kund utför vid sitt besök i banken. En kund med tre transaktioner kan åstadkomma exakt samma kontanttrörelse som en kund med en eller två transaktioner. Vi finner alltså ingen omedelbar anledning att registrera antal transaktioner under den period undersökningen varar.

Vid förundersökningarna blev det dock klart att antal kunder var svårt att registrera under en längre period. Transaktionsantalet under dagen kunde däremot avläsas direkt från kassamaskinen och var alltså lätt att rutinemässigt observera. Vi fann också indikationer på att det skulle vara möjligt att från antal transaktioner skatta antal kunder. En prognos för antal kunder skulle alltså möjligen kunna göras på basis av en prognos för transaktionsantalet.

Av denna anledning beslöt vi oss för att observera även transaktionsantalet under undersökningsperioden. För att förenkla insamlingsarbetet registrerades på den blankett som visas i fig. 6.4 räkneverkets ställning på kassamaskinen då kassan öppnades och stängdes. Vi fick alltså t_i som skillnaden mellan dessa noteringar.

6.4 Undersökta sparbanker

Totalt har fyra svenska och tre danska sparbanker varit inblandade i den föreliggande studien under ett eller annat skede av utvecklingen.

Endast i ett fall har vi haft möjlighet att själva påverka valet av sparbank. Det gällde en av de tidigast undersökta bankerna och det enda skäl vi hade för vårt val i det fallet var att banken låg så nära, att det inte fanns några ekonomiska och tidsmässiga hinder för vår personliga närvaro när vi ansåg denna vara nödvändig. Vi bedömde detta skäl som väsentligt i det aktuella stadiet. I de övriga fallen har vi varit hänvisade till sparbanker som visat sig villiga att ta på sig det extraarbete för personalen som en undersökning innebär. Detta till trots är i vårt material representerade sparbanker av mycket olika storlekar.

Kravet på kontantkassan vid ett avdelningskontor bör bero mer på kontorets kundstruktur och storlek än på hela sparbankens. Många mindre sparbanker har under de senare åren genom fusioner blivit avdelningskontor i en större enhet, men detta påverkar troligen föga kundernas kontantvanor. Vi kommer därför att i fortsättningen huvudsakligen uppehålla oss vid de enskilda avdelningskontoren och vid jämförelser mellan dem.

Vi har valt att inte namnge kontoren utan betecknar dem enligt följande.

S0—S4: Undersökta svenska avdelningskontor

D1—D6: Undersökta danska avdelningskontor.

Numreringen anger den kronologiska ordningen.

Material föreligger alltså från 5 svenska och 6 danska sparbankskontor dvs. totalt 11 kontor.

Eftersom insamlings- och bearbetningsmetoder har förändrats efterhand är resultaten från alla dessa inte helt jämförbara. De två först undersökta svenska och de två först undersökta danska kontoren kommer därför att utelämnas vid vissa jämförelser.

Vi går inte in på någon detaljerad karaktäristik av de olika kontoren utan begränsar oss till att ange folkmängden på den ort i vilken de verkar samt, för att ge en uppfattning om enheternas storlek, även antalet kassaplatser. Dessutom anger vi när undersökningen skett.

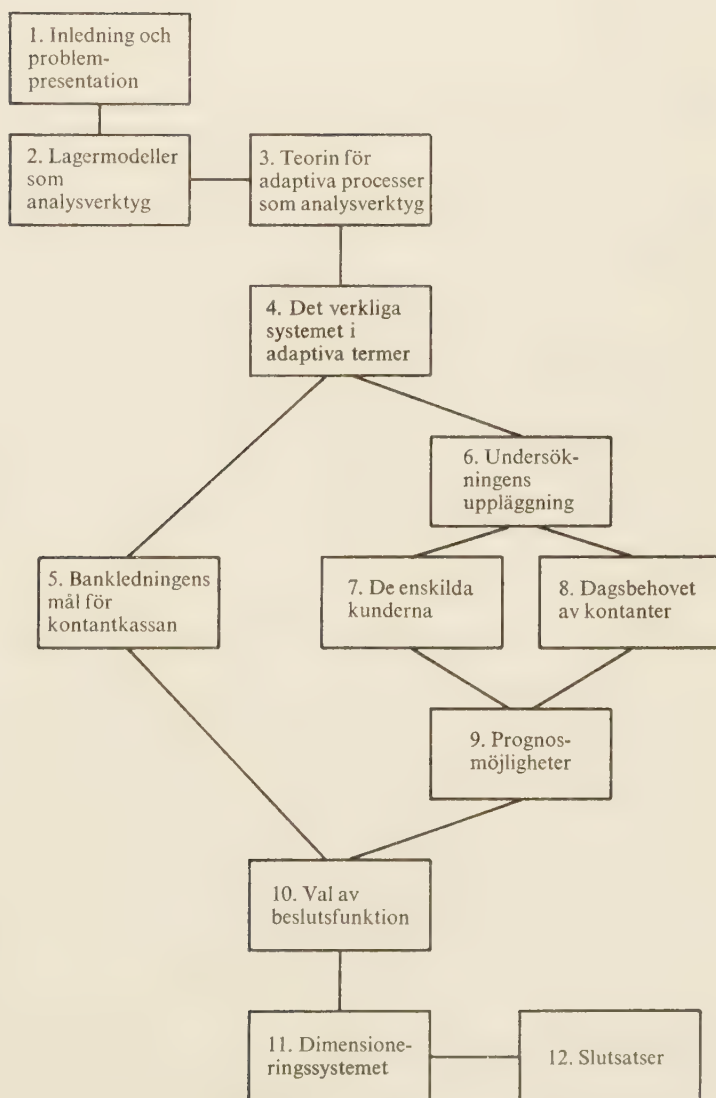
Tabell 6.1: Undersökta sparbankskontor.

Kontor	Folkmängd tusental	Antal kassaplatser	Undersök- ningstid
S0	95	6	681111—681210
S1	54	7	690915—691017
D1	133	5	700805—700908
D2	5	2	700805—700908
D3	21	6	701109—701211
D4	21	6	701109—701211
S2	29	8	710423—710604
S3	33	7	710423—710604
S4	108	7	710423—710604
D5	29	7	710526—710702
D6	29	2	710526—710702

Folkmängdsuppgifterna är hämtade ur Danmarks och Sveriges offentliga statistik för respektive år.

Vi vill poängtera de stora förändringar i dessa tal som skett i Sverige under de senare åren genom kommunsammanläggningar. Så hade t. ex. orten i vilken S4 verkar för tre år sedan en folkmängd av endast 54 000. Siffrorna måste alltså användas med en viss försiktighet.

7. De enskilda kunderna



7.1 Inledning

Datainsamlingen har gett värden för följande variabler

$$\begin{array}{ll} N_i & i = 1, 2, \dots, M \\ u_{i,j} & j = 1, 2, \dots, N_i; i = 1, 2, \dots, M \\ d_i & i = 1, 2, \dots, M \\ s_{i,N_i} & i = 1, 2, \dots, M \end{array}$$

Först i nästa kapitel diskuterar vi mått på kundernas totala dagspåverkan. Vid analysen av enskilda kunders påverkan är d_i och s_{i,N_i} ointressanta och därför använder vi oss inte av dessa data här.

Vi har alltså observationer från 25 dagar av varje kunds kontantpåverkan. Detta ger en stor datamängd. För att finna någon information i dessa hundratusentals siffror är det nödvändigt att strukturera dem. Det är vanligt att man beräknar några enkla statistiska mått som medelvärde och spridning. Dessa ger en viss uppfattning om storleksordningen på data och deras variation.

En väsentligt bättre överblick får man, om man kan finna en teoretisk sannolikhetsfördelning som åtminstone approximativt kan beskriva observationerna. Om denna fördelning visar sig stabil över tiden, kan man med endast ett fåtal — ofta bara två — parametrar ge en bild av hur data varierar från ett tillfälle till ett annat.

Vi önskar alltså finna en fördelning, som passar observationerna från en dag — en fördelning som är densamma alla dagar eventuellt med variation i parametrarna.

7.2 Sannolikhetsfördelningen för kontantbeloppen

Få empiriska fördelningar är sådana att man kan finna en teoretisk fördelning som exakt kan beskriva dem. Har man ett litet material med få observationer kan ett test på anpassning mellan dem — t. ex. "Chi-square"-testet — många gånger visa att ingen signifikant avvikelse föreligger, medan testet ofta pekar på signifikanta skillnader då antalet observationer ökar till något hundratal.

Icke desto mindre kan det vara av värde både för beskrivningen av empiriska resultat och en eventuell vidare analys att finna en teoretisk fördelning som åtminstone approximativt passar den empiriska. Exakthet är inget värde i sig självt. Om framställningen på grund av kravet på exakthet kompliceras så, att vidare bearbetning försvåras och den sammanfattande beskrivningen blir obegriplig, är den misslyckad.

För rena beskrivningsändamål är det värdefullt om fördelningen är välkänd — t. ex. normalfördelning, exponentialfördelning. Läsaren har då en möjlighet att göra sig en bild av variationerna i materialet.

För analysändamål är det väsentligt att få ett mått på hur mycket och i vilken riktning ev. avvikelser mellan den empiriska och den teoretiska fördelningen påverkar resultatet av analysen. Man kan då i efterhand bedöma vilka fel som förenklingen förorsakar och avgöra om den varit värd förlusten i exakthet.

Ovan anförda synpunkter måste tas med vid bedömningen av vilka approximationer som kan tillåtas.

Hur finner man då en lämplig teoretisk fördelning? Den frågan har knappast något enkelt svar. Vi nöjer oss med att skissera det sätt, som ledde oss fram till en sannolikhetsfördelning som vi ansett lämplig.

Den första åtgärden är naturligt nog att för några stickprov rita upp frekvensfördelningen. I vårt fall gav det ett resultat av det slag som visas i fig. 7.1.

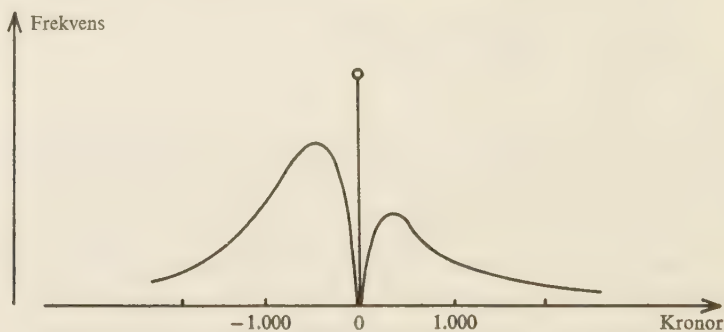


Fig. 7.1: Frekvensfördelning $u_{i,j}$.

Detta resulterade inte i någon omedelbar idé om en viss teoretisk fördelning. Man kan konstatera, att de flesta $u_{i,j}$ låg kring ett par hundra kronor (in eller ut) samt att uttag och insättningar på endast några tiar var sällsynta. Frekvensen av kunder med $u_{i,j}=0$ var relativt hög. Att frekvensfördelningen hade två toppar förutom en hög frekvens i nollan gav den nära till hands liggande tanken att dela upp materialet i tre olika mängder och behandla dessa var för sig.

Den första mängden omfattar de observationer som inte alls påverkat kontantkassan, dvs. då $u_{i,j}=0$. Denna mängd kräver ingen fördelning, den kan fullständigt beskrivas med antalet. Vi lämnar den åt sidan tills vidare.

De övriga två mängderna bildades genom att till den ena föra de $u_{i,j}$ som var positiva och till den andra negativa $u_{i,j}$. I fortsättningen betecknar vi dem *inkunder* resp. *utkunder*.

Om vi betraktar frekvensfördelningarna för in- och utkunder var för sig visar båda en sned fördelning. Den ökar brant mellan 0 och 100 kronor för att sedan plana ut och vända nedåt kring 400 och långsamt gå ned mot noll. Värderna över 6 000 är ovanliga. Vi kunde vidare notera att frekvenserna för vissa värden påfallande avvek från de näraliggande frekvenserna. Som väntat förekom ymnigt jämna hundratal vilket resulterade i hack i fördelningen. Detta kunde försvåra anpassningen till en kontinuerlig sannolikhetsfördelning.

Vid den tidigaste provundersökningen gjordes ett test på logaritmisk normalfördelning. Denna har i stora drag utseende som frekvensfördelningen uppvisade. Ett försök gav uppmuntrande resultat, och en efterföljande beräkning av en anpassad fördelning visade med ett "Chi-square"-test inga signifikanta

avvikelser från den teoretiska. För tillfället godtog hypotesen om lognormal fördelning i väntan på mera omfattande tester på data från andra sparbanker. Om dessa visade sämre anpassning måste ytterligare försök göras att finna en fördelning som bättre beskrev materialet.

Den lognormala fördelningens frekvensfunktion (Lindgren, 1962, p. 89)

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[\frac{-(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]$$

I detta skede gjordes anpassningarna för hand, men ökande datamängder i de efterföljande undersökningarna gjorde det nödvändigt att ta hjälp av datamaskinen. Materialet klassindelades för hand och datamaskinprogram gjordes, som sedan dels utförde anpassningen, dels också med "Chi-square"-test prövade hypotesen om lognormal fördelning. Resultaten var fortfarande uppmuntrande. Dock reducerades värdet av testet av kravet på minst 5 förväntade observationer i varje klass. Detta medförde att många klasser måste slås ihop och antalet frihetsgrader blev litet.

I och med att vi började läsa in grunddata direkt i datorn förändrades situationen. "Chi-square"-testet krävde klassindelad material, något som onödigt komplicerade bearbetningsprogrammet. Vi övergick därför till Kolmogorov-Smirnovs test (Bradley, 1968, p. 296). Detta test bedöms som starkare än "Chi-square"-testet då det gäller att testa anpassning till normalfördelning (Bradley, 1968, p. 302) och avslöjar alltså bättre eventuella avvikelser. Dataprogram som utförde detta test fanns tillgängligt. Programmet gav testvärden (z) och dessutom sannolikheten för att dessa skulle överskridas om hypotesen om samma fördelning var sann. Det påpekades dock (System/360 Scientific Subroutine Package (PL/I) Program Description and Operations Manual, 1969, p. 219) att dessa sannolikheter inte gällde om fördelningens parametrar estimerats från det testade materialet. Lilliefors (1967) har från simulerat material gett signifikansgränser för detta fall.

Testresultaten blev nu mindre goda. Visserligen visade fortfarande de flesta kassornas fördelningar ingen signifikant avvikelse från den lognormala fördelningen — 80—85 % godtog. Men alltför många — bortåt 20 % — visade ett testvärde som inte borde överskridas i mer än 1 % av fallen om hypotesen om lognormalfördelning var sann. Som väntat ökade antalet signifikant avvikande med antalet kunder per kassa. Blev bara stickprovet tillräckligt stort slog testet ut, vilket är naturligt om kundernas kontantbelopp icke är exakt lognormalfördelat. Detta var heller inte att vänta. Som vi tidigare sagt — få empiriska fördelningar är sådana att de exakt kan beskrivas med en teoretisk.

Vi måste dock ställa oss frågan — finns någon annan teoretisk fördelning (som är möjlig och rimlig att arbeta med) som bättre passar data?

Vi har inte funnit någon sådan. Fördelningens allmänna utseende pekade på möjligheten att man kunde anpassa en typ III-fördelning, (Cramér, 1945, p. 249) varför vi prövade detta. Resultatet var negativt, anpassningen var dålig och vi förkastade möjligheten att beskriva kontantfördelningen som en typ III-fördelning.

Vi fann att

— den bästa beskrivningen av materialet var att konstatera att det var approximativt logaritmiskt normalfördelat.

I fortsättningen betraktar vi alltså in- och utkundernas kontantbelopp som dragna ur vardera en lognormal fördelning.

Från och med undersökningarna på kontor D3 och D4 gjordes en förändring i bearbetningen av data, i det att kunder vars belopp låg under $-6\,000$ kronor och över $40\,000$ kronor behandlades speciellt.

På bankerna hävdade man, att många av de stora kontanttrörelserna härrörde från kända kunder och kunde förutsägas speciellt. Dessutom ansåg man att utbetalningar av större belopp än $6\,000$ kronor borde utbetalas i form av postväxel eller bankcheck. Man ansåg att kassörerna kunde påverka kunderna i denna riktning. Eftersom de stora beloppen ökar spridningen var det till fördel för homogeniteten i materialet att särbehandla dessa. Antalet kunder som låg utanför de nämnda gränserna var litet. De förutsattes ha direkt kontakt med huvudkassan.

Anpassningen till lognormalfördelning gjordes endast för den grupp vars belopp låg mellan $-6\,000$ kronor och $40\,000$ kronor.

7.3 Databearbetningen

7.3.1 Önskad information

Vi utgår nu ifrån resultatet i föregående avsnitt. Kontantkunderna vid en kassa under en dag kan beskrivas med två lognormala fördelningar. Datamängden har väsentligt reducerats. Ett hundratal uppgifter kan vi sammanfatta i sex — tre för inkunderna, tre för utkunderna — antal, medelvärde och spridning.

I fortsättningen använder vi följande beteckningar:

$N_{ik}^+ =$ antal inkunder

$N_{ik}^- =$ antal utkunder

$X_{ik}^+ =$ medelvärdet i den lognormala fördelningen för inkunder

$X_{ik}^- =$ medelvärdet i den lognormala fördelningen för utkunder

$S_{ik}^+ =$ spridningen i den lognormala fördelningen för inkunder

$S_{ik}^- =$ spridningen i den lognormala fördelningen för utkunder.

Index ik betyder dag i och kassa k . Om inget andra index finns avser vi totalvärden för kontoret. X_i^- står alltså för medelvärdet i den lognormala fördelningen för samtliga utkunder på kontoret under dag i .

Här inställer sig genast ett antal frågor.

Skiljer sig kontorets parametrar från de enskilda kassornas? Kan vi anta att kontorets utkunder en viss dag kan beskrivas som dragna ur en lognormalfördelning med ett visst medelvärde och en viss spridning och att dessa sedan fördelats slumpmässigt mellan de olika kassorna.

Det reducerar datamängden ytterligare om vi kan beskriva hela kontorets kassapåverkande kunder med endast sex tal, nämligen antal, medelvärde och spridning för kontorets in- och utkunder.

Till den ovan nämnda informationen kommer den vi diskuterade i förra avsnittet. Vi måste för en ny bank fortsätta att testa hypotesen om lognormalfördelning. Vi kan ännu inte vara helt övertygade att den gäller för alla sparbanker.

Låt oss nu göra en sammanfattning. Vi önskar följande information:

- ett mått på hur väl data från varje kassa kan anpassas till två lognormalfördelningar, en för inkunder, en för utkunder
- parametrarna till lognormalfördelningarna X_{ik}^+ , X_{ik}^- , S_{ik}^+ , S_{ik}^-
- antalet observationer, N_{ik}^+ , N_{ik}^- , av kunder tillhörande var och en av fördelningarna
- ett mått på hur väl data från hela kontoret kan anpassas till två lognormalfördelningar
- parametrarna X_i^+ , X_i^- , S_i^+ , S_i^-
- antal observationer av de två slagen N_i^+ , N_i^-
- ett mått på om kontorets parametrar avviker från kassornas.

Vi har nu förhoppningsvis reducerat datamängden från en notering om var och en av dagens kunder till endast sex för hela kontoret.

Om nu den lognormala fördelningen är stabil över tiden, gäller detta också dess parametrar? Om de varierar från dag till dag, finns det då något mönster i variationen? Är alla dagar olika eller kan man gruppera dem i homogena grupper?

Frågeställningarna är mindre specifika, de pekar inte på någon klart definierad information. Materialet är för litet — 25 observationer — för att göra det meningsfullt att använda mera avancerade tekniker för att söka svar på frågorna. Den information man kan få ur det är med nödvändighet starkt begränsad. Dock kan vi åtminstone testa om parametrarnas värden olika dagar signifikant avviker från varandra. Dessutom kan vi möjligen göra en meningsfull gruppering av dagarna utifrån vår övriga kunskap om sparbanken.

7.3.2 Bearbetningsmetoder

Det mesta om vårt sätt att bearbeta data har vi redan nämnt. Vi inledde med att i de första undersökningarna använda normala handräkningsmetoder, klassindelning av materialet och "Chi-square"-test på anpassningen till lognormalfördelningen. Vi övergick gradvis till att använda datorn. I den senaste undersökningen läses materialet obehandlat in i maskinen, parametrarna beräknas, anpassningens godhet mäts med Kolmogorov—Smirnovs test. Som resultat erhålles en utskrift med parametervärden och testkvantiteter både för enskilda kassor och för hela kontoret.

Dessutom önskade vi veta om kontorets och de olika kassornas parametrar signifikant avvek från varandra. I dataprogrammet är inlagt ett test (Dixon and Massey, 1957, p. 112) som testar varje enskild kassas medelvärde mot kontorets samma dag. Spridningarna har testats endast stickprovvis.

För att få en uppfattning om osäkerheten i skattningen av parametrarna har vi beräknat konfidensintervall. Detta ger oss möjlighet att avgöra om parametrarnas värden olika dagar signifikant avviker från varandra.

7.4 Resultat från ett sparbankskontor

Hur ser nu resultatet av en undersökning ut? Vilken storleksordning är det på parametrarna, hur mycket varierar de? Vilka slutsatser tillåter materialet och vilka hypoteser ger det upphov till? Det är väsentligt att få en allmän bild av det material vi i fortsättningen skall arbeta med.

Vi kommer i detta avsnitt att presentera resultaten från ett av de undersökta kontoren och i anslutning till detta göra analyser av de olika parametrarna och jämförelser mellan dem. På liknande sätt kan man diskutera resultaten från de övriga kontoren. Vi har valt att ge resultaten från samtliga kontor i appendix 1 och här endast ta upp ett kontor.

Det är svårt att finna argument för ett speciellt val av kontor för denna illustration. Vi har valt S1 helt enkelt för att det var det första av dem som undersökts efter det att insamlings- och bearbetningsmetodiken i princip hade stabiliserats. Dessutom är detta kontor i storlek nära genomsnittet.

Vi har redan konstaterat att beloppens storlek kan beskrivas med en logaritmisk normalfördelning och att detta gäller approximativt för samtliga kontor. Om vi gör skalan för beloppet i kronor logaritmisk visar sig frekvensfunktionen vara den klassiska Gausska normalfördelningen.

Medelvärdena i de lognormala fördelningarna (X_i^+ , X_i^-) är beräknade på de naturliga logaritmerna för beloppen och är alltså inte desamma som de medelvärden man får då man räknar i kronor. Eftersom normalfördelningen är symmetrisk är medelvärdet och medianvärdet detsamma. X_i^+ och X_i^- är alltså även medianvärden. Detta innebär att hälften av kunderna ligger över detta värde och hälften under. Vid beräkning av medianen är det likgiltigt om värdena är logaritmerade eller ej. Samma individ ger ändå medianvärdet. Det går alltså att direkt översätta medianvärdet från den logaritmerade fördelningen till kronor.

Medianvärdena i kronor

$$md_i^+ = e^{X_i^+}$$

$$md_i^- = e^{X_i^-}.$$

7.4.1 Test av kontorets homogenitet

En av de hypoteser de skisserade förenklingarna av informationen byggde på var att de enskilda kassornas parametrar inte avvek signifikant från det samlade kontorets parametrar. Det är alltså väsentligt att inleda med att testa denna hypotes.

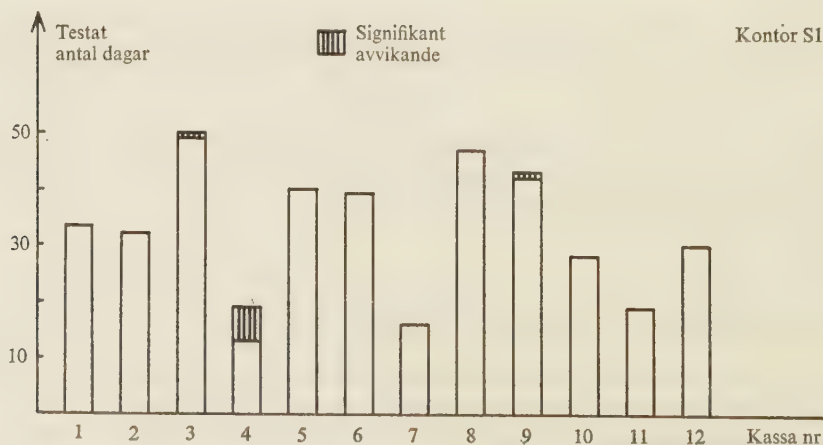


Fig. 7.2: Resultat av test på enskilda kassors avvikelse från kontorets medelvärde.

Vi kan notera att de flesta kassorna inte någon gång visat signifikant avvikande medelvärden. Kassa 3 och 9 har vardera en gång haft ett medelvärde som så starkt avviker från kontorets att det slumpmässigt bör ske endast en gång på hundra. I betraktande av att vi har testat 396 fall kan vi förvänta oss att ungefär 4 fall avviker signifikant av rent slumpmässiga skäl. Vi kunde heller inte vid närmare betraktande av de avvikande kassorna finna någon annan orsak än att det var ett utslag av slumpen.

Kassa 4 visar däremot sex signifikant avvikande värden av nitton uppmätta och det finns alltså skäl att misstänka att denna kassa systematiskt avviker från de övriga. Kassa 4 visar sig ha genomgående lägre medelvärden än kontoret som helhet. För totalbilden har det ingen betydelse eftersom antalet kunder vid kassa 4 är litet — endast någon procent av kontorets totala antal. Men det är naturligtvis av intresse för dimensioneringen av denna speciella kassa att finna skälet.

Kassor som icke används som allmänna kundkassor utan endast tar emot speciella transaktioner behandlas inte här. Dels är de av liten betydelse totalt sett, dels varierar de från bank till bank.

Även för spridningarna undersöktes hypotesen om likhet mellan kontorets och de enskilda kassornas parametrar. Detta skedde endast stickprovsvis. Testen medförde inte att hypotesen om homogenitet kunde förkastas.

7.4.2 Kontorets medelvärden

En första översiktlig bild av storleksordningen får vi genom ett diagram över variationsvidden.

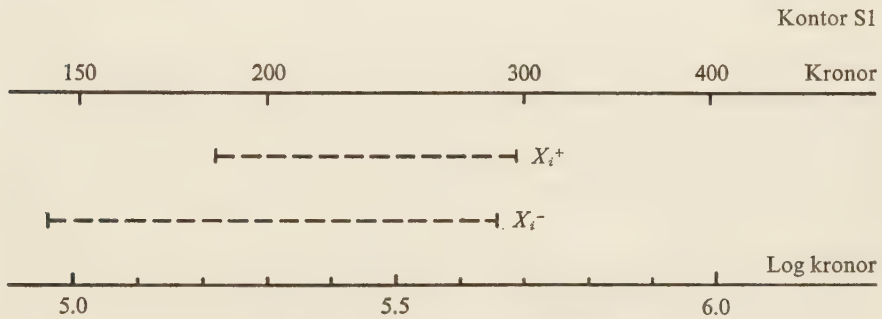


Fig. 7.3: Variationsvidd — medelvärden.

Medianvärdena stiger vissa dagar upp mot trehundra kronor, detta gäller såväl för ut- som inkunder. Medan utkundernas medianvärde kan sjunka ned under 150 kronor håller sig det lägsta värdet för inkunderna strax under 200 kronor. Utmedelvärdena visar större variationer än inmedelvärdena.

Vilka slutsatser om variationerna i de bakomliggande fördelningarnas medelvärden kan vi nu dra på basis av våra observationer? Om vi betraktar de observerade kunderna som ett stickprov ur en population av potentiella kunder kan vi precisera frågeställningen. Vilken säkerhet i skattningen av populationens medelvärde ger vårt stickprov? Detta beror dels på stickprovets storlek och dels på spridningen. Dessa uppgifter gör det möjligt att kring varje observerat medelvärde ange ett

konfidensintervall. Om vi väljer ett 95 % sådant kan vi påstå att det sanna medelvärdet ligger inom intervallet och detta vårt påstående kan vi förvänta oss vara sant i 95 % av fallen.

Vi kan också göra ett antagande om ett visst konstant medelvärde och kring detta rita upp ett konfidensintervall baserat på antal observerade kunder och den uppmätta spridningen. Vi kan då påstå att sannolikheten att ett observerat medelvärde faller inom konfidensintervallet är 0.95.

Låt oss först betrakta inkundernas medelvärden. Vi gör antagandet att detta ligger konstant på 5.45. Vi ritar upp 95 % konfidensintervall som baseras på antal inkunder de observerade dagarna.

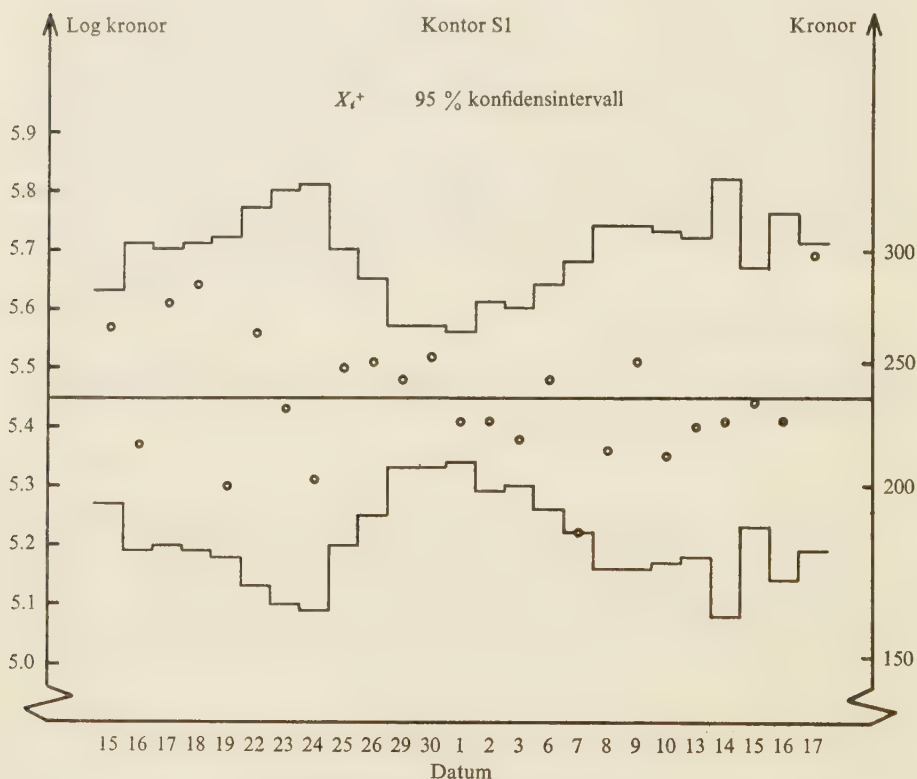


Fig. 7.4: Inkundernas medelvärden.

Vi finner att antalet inkunder är så litet att osäkerheten i skattningen av medelvärdena är större än variationerna i dessa. Samtliga uppmätta medelvärden faller inom konfidensintervallen. Vi kan alltså knappast uttala oss om en eventuell variation i inmedelvärdena på basis av vårt material. Hypotesen om ett konstant medelvärde kan icke vederläggas.

Annorlunda är situationen då vi betraktar utkunderna. Antalet observationer per dag är väsentligt större vilket medför större precision i skattningen. Vi har i nedanstående figur kring varje observerat medelvärde angett ett 95 % konfidensintervall.

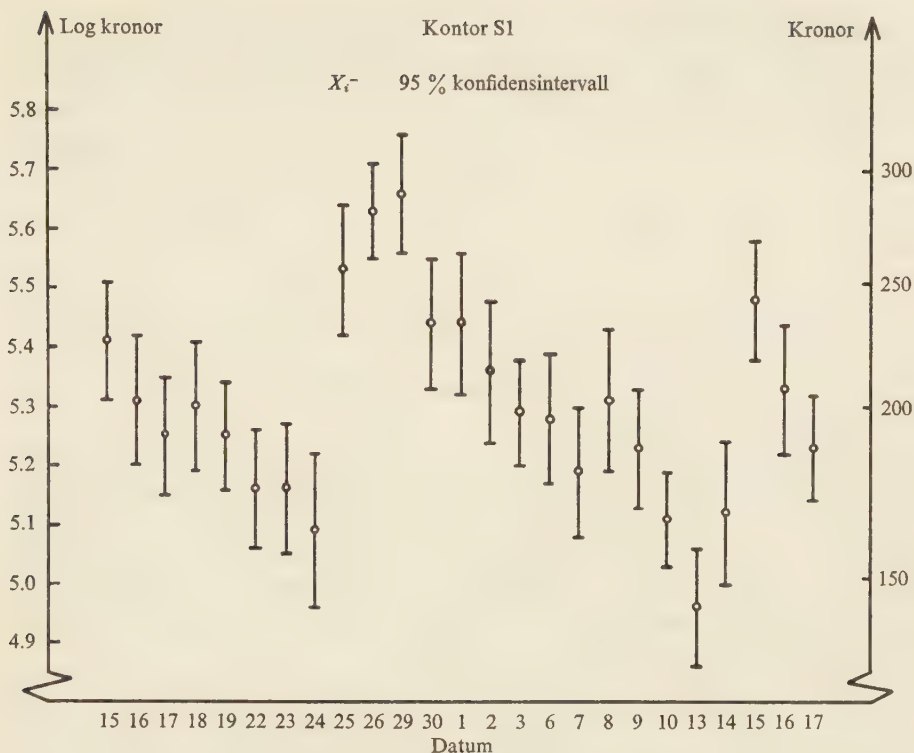


Fig. 7.5: Utkundernas medelvärden.

Variationerna är här mycket större än osäkerheten i skattningarna. Vi kan alltså konstatera att detta medelvärde varierar över månaden. Vi finner höga medelvärden vid månadsskiftet — kring 5.6 dvs. i kronor ca 270. De sjunker successivt ner mot 5.1 (ca 160 kronor) för att på nytt gå upp den 15:e till omkring 5.45 (ca 230 kronor) och sedan åter successivt avta mot 5.1 just före den snabba uppgången vid månadsskiftet.

En tänkbar och nära till hands liggande förklaring är att dagarna kring månadsskiftet karaktäriseras av utbetalningar av löner, och att kunderna då i större utsträckning fyller på sitt kontantförråd. Den 15:e betalas pensionerna ut och förhållandet är likartat, dock är pensionsbeloppen lägre än lönerna vilket medför lägre medelvärde på utbetalningarna.

Några mer detaljerade slutsatser om utmedelvärdenas variation över tiden kan vi knappast dra på basis av de 25 observationerna.

Sammanfattningsvis kan vi konstatera beträffande fördelningarnas medelvärden att

- *inkundernas* medelvärde ligger vid 5.45 eller uttryckt på annat sätt att mediankundens belopp ligger på ca 230 kronor. De avvikelser från detta som de observerade medelvärdena visar kan helt bero på osäkerheten i skattningarna.
- *utkundernas* medelvärde visar en signifikant variation över tiden. Det är högst vid månadsskiftet (ca 5.6 dvs. medianvärde ca 270 kronor). Dess- emellan sjunker det ner mot 5.1 (medianvärde ca 160 kronor).

7.4.3 Kontorets spridningar

Som vi ser av diagrammet varierar inkundernas spridningar mellan 1.20 och 1.98 medan utkundernas håller sig mellan 1.03 och 1.44.

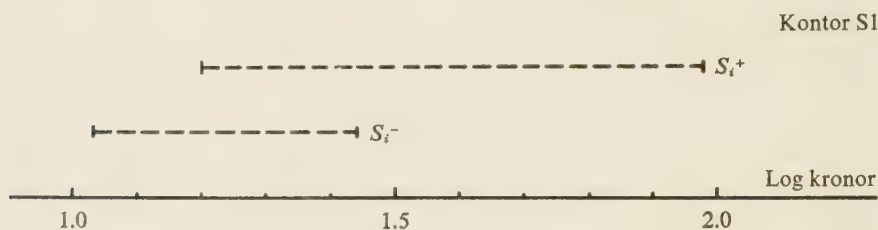


Fig. 7.6: Variationsvidd — spridningar.

Det är svårt att omedelbart inse vad dessa tal innebär. Låt oss därför konkretisera med ett par exempel. Vi utgår från att den lognormala fördelningen har ett medelvärde på 5.45 som ligger kring genomsnittet för det aktuella kontoret. Detta är liktydigt med ett medianvärde på 233 kronor. Vad betyder det nu om spridningen är 1.25 eller 1.65? I det första fallet kan vi förvänta oss att 68 % av populationen har värden mellan $(5.45 - 1.25)$ och $(5.45 + 1.25)$ dvs. mellan 4.2 och 6.7. I kronor innebär dessa gränser 66 resp. 812.

Om spridningen däremot är 1.65 har vi de 68 procenten av populationen mellan 3.80 och 7.10 dvs. mellan 45 och 1212 kronor. Ökningen av spridningen på 0.4 har alltså flyttat ut den övre gränsen med 400 kronor, medan den undre gränsen påverkats endast obetydligt.

Figur 7.7 visar de båda fördelningarna i vårt exempel.

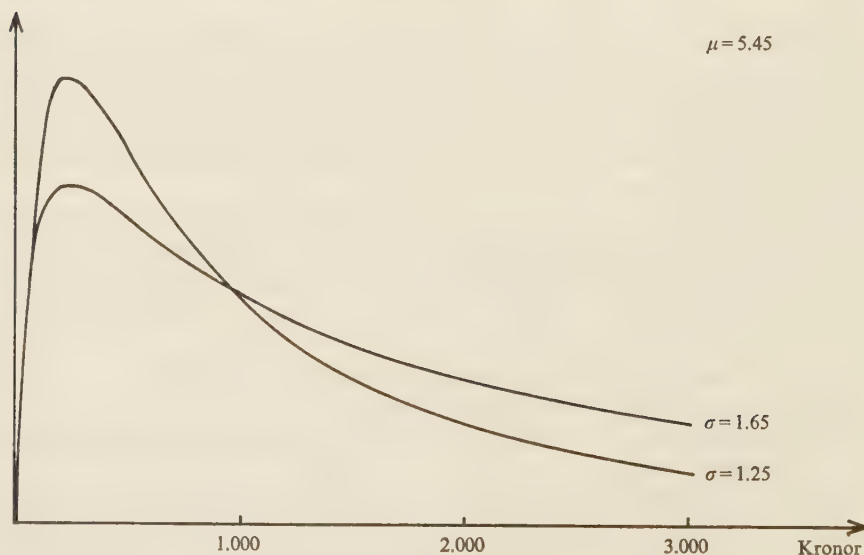


Fig. 7.7: Fördelningar med olika spridning.

Inkunderna visar alltså stora variationer i spridningen. Är dessa variationer endast slumpmässiga avvikelser från en bakomliggande populations konstanta

spridning eller avviker de olika värdena signifikant från varandra? Eftersom vi har relativt få observationer varje dag av inkunder kommer konfidensintervallen att bli breda. För medelvärdet fann vi ingen signifikant avvikelse från hypotesen om dettas konstans. Låt oss betrakta ett diagram över de observerade spridningarna.

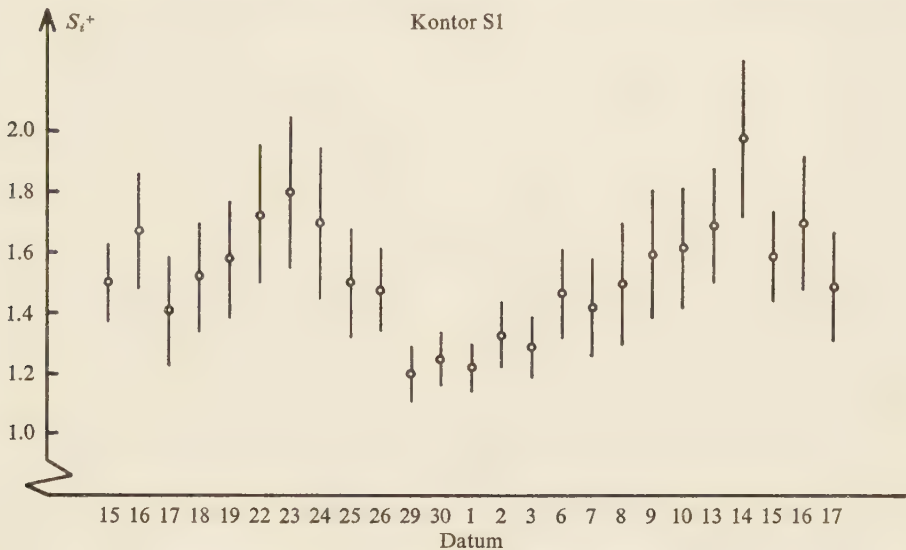


Fig. 7.8: Inkundernas spridningar.

Vi kan konstatera att hypotesen om konstant spridning kan avvisas. Kring månadsskiftet är den signifikant lägre än övriga dagar. Vi har då ett förhållande som mycket liknar det vi visade i vårt första exempel — ett medelvärde på ca 5.45 och en spridning på ungefär 1.25.

I övrigt visar observationerna stigande spridningar fram till den 14:e, sjunkande några dagar och därefter åter stigande till den 23:e varefter de sjunker ned mot månadsskiftenas värden. Mönstret påminner starkt om det som visas av N_i^+ fastän med omvända förtecken. Då antalet kunder stiger sjunker spridningen och tvärtom. Vi kan illustrera detta i ett diagram.

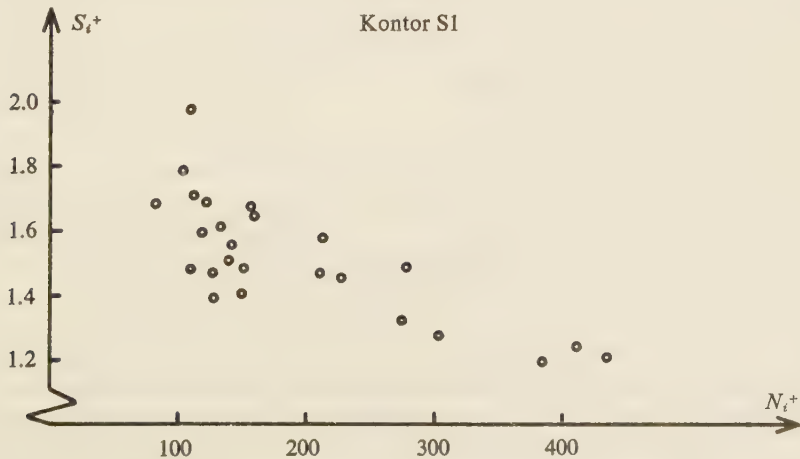


Fig. 7.9: Inkundernas spridningar mot antal inkunder.

Utkundernas spridningar visar en väsentligt mindre variation över tiden. Det stora antalet kunder ger emellertid en så stor säkerhet i skattningen att vi kan påvisa att de signifikant avviker från varandra.

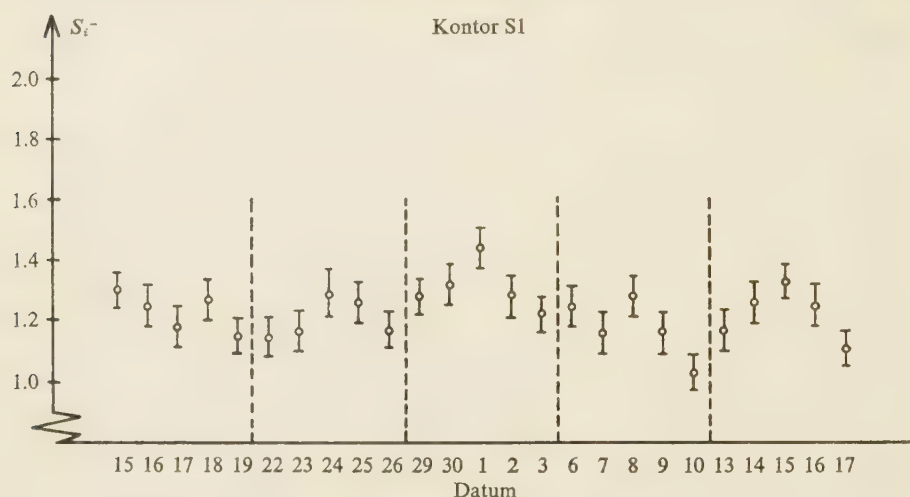


Fig. 7.10: Utkundernas spridningar.

Man kan spåra en viss veckobunden variation i det att fredagens värde genomgående är lägre än onsdagens och torsdagens i samma vecka och, om vi undantar den andra veckan, även lägre än måndagens och tisdagens. Något samband med antalet kunder tycks inte finnas i motsats till vad fallet var med S_i^+ .

7.4.4 Antal kunder

Ur diagrammet över variationsvidderna kan vi utläsa att N_i^- — antal utkunder — når betydligt högre värden än N_i^+ . Det har förekommit upp till 835 utkunder och aldrig under 375. Inkundernas antal har aldrig överstigit 435 men en dag gått ned så långt som till 85.

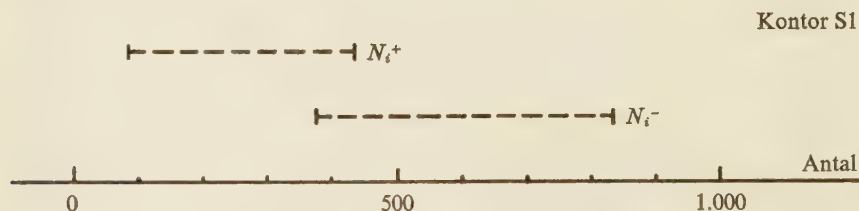


Fig. 7.11: Variationsvidd — antal kunder.

Kassörerna hade en klar uppfattning om att kundantalet visade en tydlig veckovariation med höga värden på fredagarna och låga mitt i veckan. Dessutom var antalet högt vid månadsskiftet och den 15:e. Denna uppfattning avsåg totalantalet kunder. Vi har delat upp kunderna i tre grupper, nollkunder, utkunder och inkunder. Hur varierar dessa över tiden var för sig?

I figur 7.12 betecknas de kunder som inte påverkar kontantkassan med N_i^0 . Antalet av dessa ligger anmärkningsvärt stabilt. Variationerna visar inget speciellt mönster, möjligen kan man spåra en tendens till att de är färre mitt i veckan. Vi kan däremot inte finna någon månadsbunden variation.

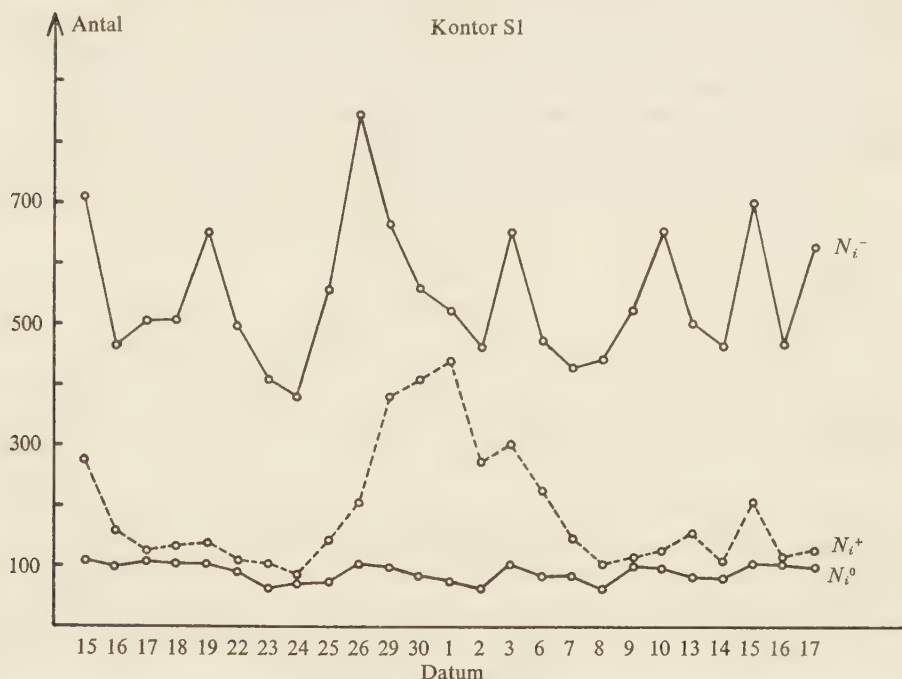


Fig. 7.12: Antal kunder.

För inkunderna är förhållandet det motsatta. Antalet kunder är markant högre vid månadsskiftet och den 15:e än i övrigt. Något veckomönster kan vi däremot inte upptäcka.

De mönster kassörerna skisserade för totalantalet kunder följs tydligt av utkunderna. Vi har toppar vid månadsskiftet och den 15:e. Dessutom är mönstret inom veckan påfallande, samtliga fredagar visar höga värden medan dagarna mitt i veckan ligger lågt. Detta mönster bryts vid några tillfällen av de överlagrade månadsvariationerna.

Vi finner alltså att de tre gruppernas antal varierar över tiden och att variationsmönsterna skiljer sig åt. Utkunder och inkunder visar båda månadsbundna variationer men vi kan notera att toppen vid månadsskiftet ligger ett par dagar tidigare för utkunderna än för inkunderna.

Vi kan ställa följande hypotes. Vid månadsskiftet skall många typer av räkningar betalas, hyror osv. Dessa skall likvideras den förste med möjlighet att dra över någon dag. Detta resulterar i ett förhöjt antal kunder kring den 1: e.

De kunder som får sin lön genom banken likviderar dessa utbetalningskrav i samband med att de hämtar sin lön. Därvid behåller de själva ett visst belopp av lönen i kontanter som skall användas för den delen av deras konsumtion som de föredrar att ha kontanter till. De blir i regel utkunder och kommer till banken så snart lönen utbetalas dvs. några dagar före månadsskiftet. De kunder däremot

som får sin lön på annat sätt betalar oftare månadsräkningarna med kontanter som de erhållit antingen från postlön eller ev. kontantlön. De sätter ev. in på sparbanksbok en del av sin lön. De blir inkunder. Men det är rimligt att de inte kommer till banken samma dag som de fått sin lön utan några dagar efter.

Denna hypotes om orsaken till de uppmätta skillnaderna i tiden för maxvärdet för antal in- resp. utkunder kan t. ex. testas genom observationer av hur många av utkunderna, den dag dessa är som flest, som är lönekunder i banken och hur många av inkunderna någon dag därefter som icke är lönekunder i banken.

För att illustrera eventuella samvariationer i antal ut- och inkunder visar vi ett diagram över de observerade paren (N_i^+, N_i^-) .

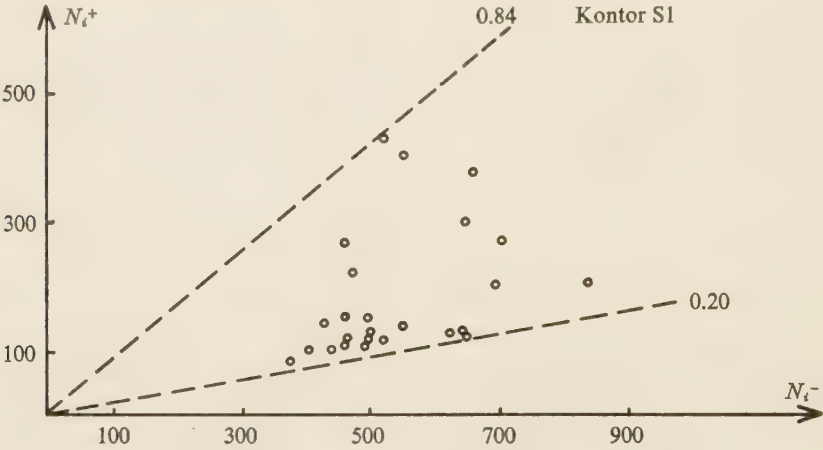


Fig. 7.13: Antal inkunder mot antal utkunder.

För de flesta observationerna gäller att antal inkunder är 20—30 % av antalet utkunder, men vissa dagar stiger proportionen inkunder upp till högst 84 %.

Ett diagram över kvoten mellan N_i^+ och N_i^- för de observerade dagarna visar att denna ligger ganska stabilt vid 0.2—0.3 större delen av månaden, men växer starkt vid månadsskiftet.

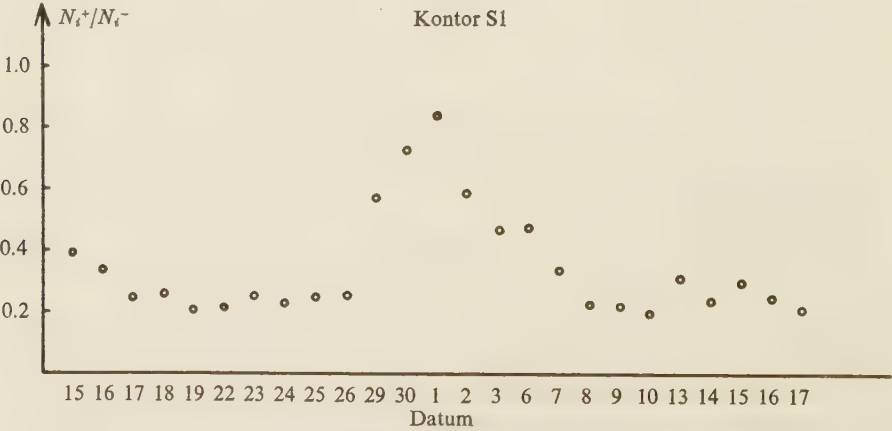


Fig. 7.14: Kvoten mellan antal utkunder och antal inkunder.

7.5 Jämförelser mellan de undersökta kontoren

De sparbanker vi undersökt är spridda över Danmark och södra Sverige. I materialet finns representerat kontor i större industristäder såväl som rena landsbygds-kontor. Det finns alltså vissa möjligheter till jämförelser som kan utmynna i mera generella uttalanden av sparbankskunders vanor vad gäller påverkan på bankens kontantkassa.

Vi ägnar avsnitten 7.5 och 7.6 åt sådana jämförelser. För att få en uppfattning om hur dessa jämförelser bör göras inleder vi med en preliminär analys av ut-kundernas medelvärden. Vi övergår sedan till att välja metod för den fortsatta analysen och avslutar detta avsnitt med en beskrivning av bearbetningen.

I nästa avsnitt presenterar vi resultaten.

7.5.1 Preliminär analys av utkundernas medelvärden

Vi kan se kontorens medelvärden som ett mått på hur mycket kontanter bankens kunder anser det lämpligt att ha i plånboken.

Vi kan då fråga oss om dessa vanor är konstanta för svenska och danska spar-bankskunder eller det är så att man på vissa håll bär mera kontanter på sig än på andra.

En första överblick kan vi få genom att jämföra variationsvidderna för de olika sparbankerna. Som vi påpekade i föregående avsnitt är osäkerheten i skattningen av X_i^+ ganska stor på grund av att antalet observationer är litet. Vi betraktar därför i första hand X_i^- vars skattning är säkrare och senare diskuterar vi X_i^+ .

I nedanstående figur ges variationsvidderna för X_i^- .

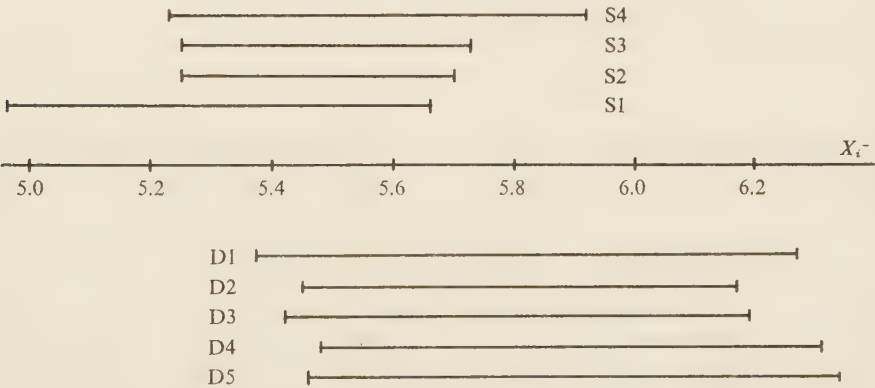


Fig. 7.15: Variationsvidder X_i^- .

Vi kan omedelbart konstatera att de danska sparbankerna ligger väsentligt över de svenska. Är detta en skillnad i svenska och danska köpvanor, så att danskarna använder mer kontanter eller är det helt enkelt ett uttryck för kronornas olika värde? Speglar växelkursen denna värdeskillnad?

Det finns ytterligare en orsak till att kronorna har ett annat värde i vissa av de undersökta bankerna än i andra. Den första banken undersöktes 1968, den senaste 1971. Under denna tid har inflationen medfört en minskning av kronans värde.

Vi korregerar de uppmätta medelvärdena för dessa båda orsaker till värdeskillnader, och väljer då den svenska kronan i maj 1971 som enhet. Som mått på förändringarna i den svenska kronans värde väljer vi konsumentprisindex. Detta val förefaller rimligt eftersom de kontanter som tas ut ur sparbanken av kunden i stor utsträckning torde användas just till den typ av konsumtion som avspeglas i detta index.

För att överföra de danska kronornas värde har vi knappast något annat val än att använda den officiella växelkursen. Vi förutsätter alltså att den speglar den verkliga skillnaden i värde för konsumenten mellan den danska och den svenska kronan.

Vi korregerar alltså de danska kronorna med växelkursen vid det tillfälle undersökningen ägde rum och korregerar sedan de erhållna svenska kronorna för den inflation som pågått fram till maj -71.

I figur 7.16 visar vi de korregerade variationsvidderna för X_i^- .

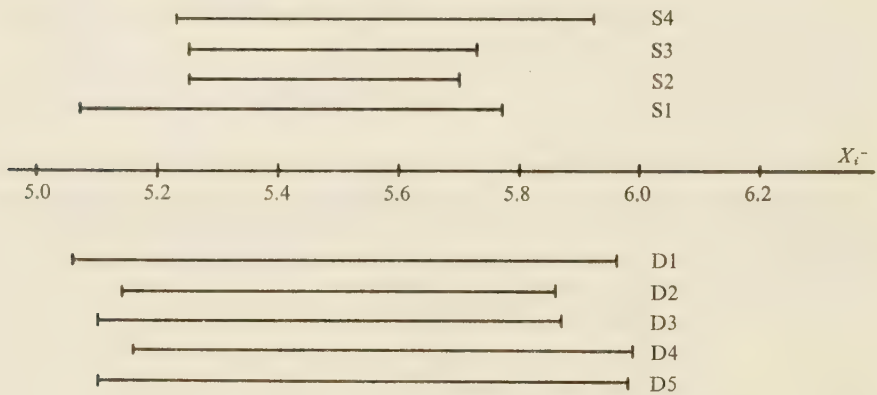


Fig. 7.16: Korregerade variationsvidder för X_i^- .

En jämförelse ger ett visst stöd för antagandet att kunderna i de olika bankerna har samma kontantvanor. Något ytterligare kan knappast sägas på basis av denna enkla analys, men den ger anledning till att ytterligare pröva idén.

Vi har tidigare konstaterat att utmedelvärdena för ett kontor varierar med tiden. En jämförelse mellan kontantvanorna hos kunderna vid olika kontor kräver att den variation, som beror på olikheter mellan vecko- och månadsdagar, isoleras från den som beror på eventuella skillnader mellan kontoren.

I förra avsnittet noterade vi att samma kontor uppvisade högre utmedelvärden kring månadsskiftet än övriga dagar. Dessutom kan finnas en tendens till ett veckomönster. Jämförelsen mellan bankerna försvåras av att kombinationen av veckodag och datum varierar eftersom undersökningarna gjorts vid olika tillfällen.

Så infaller t. ex. den 15:e på olika veckodag i olika undersökningar. En höjning av medelvärdet på grund av att datum är den 15:e kan ibland förstärkas av att dagen är en fredag, ibland försvagas av att den är en tisdag om nu en sådan veckovariation förekommer.

Skillnaden mellan medelvärdet olika dagar för samma kontor utesluter användandet av konventionell variansanalys, eftersom denna metod förutsätter att medelvärdet är konstant inom varje ruta.

Vi måste, för att komma vidare, finna en metod som tar bort de tidsorsakade variationerna inom varje kontor. Dessa variationer vill vi alltså kunna förklara som en funktion av lämpliga tidsvariabler.

Vi frågar oss alltså:

- finns något gemensamt tidsmönster?
- finns någon signifikant skillnad mellan kontoren efter det att ett eventuellt gemensamt tidsmönster är avvecklat?

Vi vill därför finna ett samband mellan kontorsparametrarna och lämpliga tidsvariabler. Vilken metod skall vi använda för att få ett kvantitativt sambandsmått?

7.5.2 Val av metod

De flesta kvantitativa sambandsmått utgår från någon form av minsta kvadratmetoden. Det finns alltså starka skäl att först och främst undersöka om dessa traditionella metoder kan ge oss ett godtagbart resultat. Vi gör en kort genomgång av minsta kvadratmetoden och de antaganden som ligger bakom denna. En utförlig behandling finner man t. ex. i Johnston (1963).

7.5.2.1 Minsta kvadratmetoden

Antagande: Vi har ett lineärt förhållande mellan en variabel Y och $(k-1)$ förklarade variabler $X_2 \dots X_k$ och en slumpkomponent u . Denna ekvation kan skrivas $Y = X\beta + u$ där,

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{2n} & X_{3n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

För att kunna lösa denna ekvation med hjälp av den klassiska metoden, måste vi göra ytterligare antaganden nämligen:

$$E(u) = 0 \text{ och } E(uu') = \sigma^2 I_n$$

X är en mängd av fixa tal.

Vi har gjort fler observationer än vi har variabler dvs. $n > k$.

Förväntade värdet av slumpkomponenten antages vara noll och spridningen konstant utefter planet. Vidare får inte någon av variablerna vara en funktion av någon av de andra.

Det gäller alltså nu att skatta varje β_i så att summan av kvadraterna på avståndet från de enskilda observationerna till regressionsplanet antager ett minimum. Låt oss beteckna de skattade β_i med $\hat{\beta}_i$ och låt

$$e = (Y - X\hat{\beta})$$

Då är

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = e'e = (Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta}) = Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta}$$

Vi deriverar, sätter derivatan lika med noll och erhåller

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

Detta är den önskade skattningen.

Sammanfattningsvis innebär ovanstående begränsningar följande.

1. Autokorrelation får inte finnas.
2. De slumpmässiga störningarna skall vara homoskedastiska, vilket innebär att de har en konstant varians oberoende av X .
3. Multicollinearitet får inte förekomma dvs. ingen oberoende variabel får vara en funktion av andra i analysen ingående oberoende variabler.

7.5.2.2 Val av bästa regressionslinje

Eftersom det är meningslöst och kostsamt att ha med variabler med lågt förklaringsvärde, gäller det att eliminera dessa.

I sin bok "Applied Regression Analysis" har Draper och Smith (1966, p. 164) diskuterat fem olika sätt att välja "bästa regressionslinjen":

- I möjlig regression
- II eliminering bakåt
- III selektion framåt
- IV stegvis regression
- V etappvis regression.

Beskrivning av metoderna

- I. *Möjlig regression* är en teoretiskt oantastlig metod som också är praktiskt lämplig vid ett litet antal variabler. Metoden är att pröva alla tänkbara kombinationer av variabler. Först beräknas regressionslinjen för alla variablerna en och en. Residualvariansen beräknas för var och en av linjerna. Variabeln med minsta variansen väljes. Därefter uträknas alla kombinationer av två variabler med tillhörande varianser. Sedan fortsätter man på samma sätt tills samtliga variabler inkluderats. Antalet ekvationer som måste lösas blir alltså

$$2^k \text{ (antalet variabler)}$$

Om vi t. ex. har 30 variabler blir det $2^{30} = 0.715 \times 10^9$ vilket är mycket även för en datamaskin. Vi kommer att använda minst 30 variabler. Detta kommer att leda till orimligt långa bearbetningstider.

II. *Eliminering bakåt*

Först beräknas ett plan med alla variablerna. Därefter uträknas partiellt F-test för var och en av variablerna. Om detta visar lågt värde för någon av variablerna utesluts denna. Efter detta beräknas ett nytt regressionsplan på de kvarvarande variablerna. Dessa testas sedan på samma sätt. Metoden anses av Draper och Smith som relativt tillfredsställande. Den ställer dock stora krav på $X'X$ -matrisen. En av förutsättningarna för metoden är att inversen till denna matris existerar.

III. *Selektion framåt*

Första variabeln som väljes att ingå i planet är den som är starkast korrelerad med Y -variabeln. Därefter beräknas de partiella korrelationskoefficienterna för resterande variabler. Den med högsta partiella korrelationskoefficienten väljes. Sedan fortsätter man på samma sätt tills den sist tillkomna variabeln inte ger utslag på F -testet längre.

IV. *Stegvis regression*

Metoden är identisk med den förra till stora delar. Först väljes den högst korrelerade variabeln, som testas, sedan väljes efter den partiella korrelationsmatrisen nästan på samma sätt som i III. Först därefter kommer skillnaden från selektion framåt. Vid testningen med F -test testades endast den sist tillkomna variabeln. I och med korrelationen mellan de olika variablerna är det tänkbart att utslaget blivit ett annat om man först valt X_2 och sedan X_1 . Detta kan visas rent empiriskt. I stegvis regression testas *alla* variabler i varje steg som om de kommit till sist.

V. *Etappvis regression* bygger också på korrelationsmatrisen på samma sätt som III och IV. Skillnaden är den, att i stället för att beräkna F -test så subtraheras varje Y_i -värde från det till planet anpassade värdet Y_i^* . På de sålunda bildade nya talen $Z_i = Y_i^* - Y_i$ beräknas en ny korrelationsmatris och proceduren upprepas. När Z_i -värdena blir så små att de är negligerbara, slutar man. Denna metod blir synnerligen arbetskrävande vid stort antal variabler då variabler med dåligt förklaringsvärde inte uteslutes.

Det framgår av ovanstående redogörelse att metoderna I och V kan uteslutas direkt. Återstår då II, III, IV. Av dessa är uppenbarligen IV bättre än III varför III uteslutes. I val mellan II och IV väljer vi IV därför att denna inte ställer så stora krav på inversen till $X'X$. Ju mindre man måste antaga om materialets utseende desto fördelaktigare bedömer vi metoden. Dessutom finns redan ett utmärkt program för beräkning av stegvis regression på datamaskin.

7.5.2.3 *Validering av metoden*

"There are three supplementary statistics that are generally used to test the validity of the equation results. They are

1. the coefficient of determination (R^2),
2. the 't-value' of the individual regression coefficients in the equation, and
3. the standard error of estimate for the equation as a whole."

(Parker and Segura, 1971)

R^2 är detsamma som 'cumulative proportion reduced' (System 360/Scientific subroutine package (PL/I). Program Description and Operations Manual, 1969, p. 202) vilket betyder den andel av den totala variationen i den beroende variabeln som förklaras av de oberoende variablerna i det historiska materialet.

"t-value" är regressionskoefficienten dividerad med standardavvikelsen i koefficienten. Denna kvot är t -fördelad med $(n - k)$ frihetsgrader där n är antalet observationer och k antalet variabler.

Parker och Segura skriver i sin artikel

"It is an often-accepted practice to consider as meaningful only those variables with a t-value of at least ± 2.0 ."

(ibid., p. 102)

Om n är någorlunda stort, säg över 200, och k relativt litet, säg under 50, innebär detta att man förkastar variabler som inte med 95 % säkerhet förklarar någon del av variationen.

"Standard error of the estimate. This figure represents the error or imprecision of the regression equation in fitting the historical data."

(ibid., p. 102)

Standardavvikelsen i estimatet betyder att man i genomsnitt kan förvänta att $2/3$ av observationerna ligger högst $\pm$ en standardavvikelse från medelvärdet. Detta innebär i sin tur att vi har bestämt inom vilka gränser estimatet med en viss sannolikhet ligger.

7.5.3 Plan för analysen

Det finns ingenting som direkt pekar på att regressionstekniken är olämplig. Eftersom vi har tillgång till dator och standardprogram för tekniken, har vi funnit det lämpligt att applicera den på våra data.

Om förutsättningarna i vårt fall i alltför hög grad strider mot de antaganden som ligger till grund för tekniken, kommer detta att visa sig i de mått vi diskuterade ovan.

Vi har alltså valt att använda stegvis regressionsanalys för att försöka finna gemensamma tidsmönster i parametrarnas variation. Dessutom vill vi upptäcka eventuella skillnader mellan kontoren.

Bland variablerna måste då finnas dels tidsvariabler dels också kontorsvariabler.

I bägge fallen har vi att göra med en nominal skala dvs. antingen finns egenskapen (t. ex. att det är tisdag eller att det är kontor nr 5) eller så finns den inte. Den kan inte finnas mer eller mindre. Det är då naturligt att vi använder oss av "dummy variables", dvs. sådana som endast kan anta värdena 0 eller 1.

I kapitel 9 finns en mera utförlig diskussion om regressionsanalysen och de felrisker som föreligger. Där diskuteras även effekten av "dummy variables". De argument som där framföres har relevans även här.

Låt oss gå över till att specificera variablerna.

Kontorsvariablerna ger sig omedelbart. Vi måste ha en variabel för varje kontor. Dock kräver den teknik vi använder att ett av kontoren saknar variabel. Detta kontor utmärkes då av att samtliga andra kontorsvariabler är noll.

Tidsvariablerna förtjänar en mer utförlig diskussion. De skall spegla dels variationer över veckan, dels över månaden och eventuellt över året. Dessutom måste bland dem även finnas sådana som förutom den rena kalendervariationen kan ta hand om den variation som betingas av bankens egna åtgärder såsom t. ex. låneförfallodagar, halvdagsöppet osv.

Antalet tidsvariabler blir med nödvändighet stort. Veckovariationen kräver fyra variabler, t. ex. en för vardera måndag, tisdag, onsdag och torsdag. Samma resonemang som för kontoren ger i så fall att fredagen inte skall ha någon variabel. Den karaktäriseras av att de övriga veckovariablerna alla är noll.

Hur skall vi välja de variabler som skall förklara månadsvariationen?

Vi använder oss av två vägar. Den första är att fråga kassörerna och andra bankmän om, vilka dagar i månaden som speciellt skiljer sig från de övriga, då det gäller kontantkassan. Den andra är att göra analyser av materialet på det sätt vi gjorde i avsnitt 7.4.

En sammanställning av de erfarenheter vi så gjort gav följande variabellista för de av månadens dagar som kunde antas skilja sig från de övriga.

Kalenderbundna:

dagarna den 20:e—24:e		(lågsäsong)
den 25:e		
den 26:e		
den 27:e		(löneutbetalningar)
den 28:e		
den 15:e	i Sverige	(pensioner)
tredje sista dagen i månaden		
näst sista	” ” ”	
sista	” ” ”	
första	” ” ”	(månadsskifte)
andra	” ” ”	
tredje	” ” ”	

övriga:

varannan torsdag	(löneutbetalningar)
------------------	---------------------

För att uttrycka variation över året har vi tagit med endast en variabel:

december månad.

Detta ger oss totalt 18 tidsvariabler.

Med kontors- och tidsvariablerna som oberoende söker vi alltså förklara variationerna i en beroende variabel. Denna utgöres i tur och ordning av de sex parametrar vi behandlar i detta kapitel. Dessa är alltså medelvärde, spridning och antal för in- och utkunder.

Det rent praktiska utförandet av regressionsanalysen har skett med hjälp av datamaskin. Det program som använts är IBM:s standardprogram för stegvis regression (System/360 Scientific Subroutine Package (PL/I), Program Description and Operations Manual, 1969, p. 265).

7.6 Resultat av jämförelserna

Den jämförande analysen av parametervärdena från de undersökta bankerna avser att söka svar på frågorna

- finns gemensamma tidsmönster?
- om sådana existerar kan man i så fall finna en kvantitativ beskrivning av dem?

- avviker de olika kontorens parametervärden från varandra sedan man tagit bort den eventuella effekten av gemensamma tidsvariationer?
- hur stora är dessa eventuella avvikelser?

De variationer som återstår sedan det gemensamma tidsmönstret avvecklats är inte enbart slumpmässiga. Det kan finnas ytterligare gemensamma mönster, som vi inte upptäckt med de variabler vi valt. Dessutom finns det troligen för varje kontor lokala tidsmönster som inte avslöjas med den använda metoden. Som vi redan tidigare påpekat kan man dock inte, med de fåtal observationer som står till buds, uttala sig med någon rimlig säkerhet om sådana lokala mönster.

Eftersom bearbetningsmetoderna har ändrats under arbetets gång, kan vi inte för samtliga parametrar göra direkta jämförelser mellan alla undersökta kontor.

Vid undersökningen av D3 och D4 infördes regeln att alla utbetalningar av belopp över 6 000 kronor och alla inbetalningar över 40 000 kronor skulle betraktas som gjorda genom huvudkassan. Detta medförde att medelvärden och spridningar för de enskilda kassorna sjönk. Vi måste alltså vid jämförelsen av dessa parametrar dela in materialet i två grupper, de äldre undersökningarna där parametrarna beräknats utan beloppsgränser och de som gjorts efter det att begränsningarna införts.

Resultaten från D3 och D4 bearbetades dock enligt både den nya och den gamla metoden. Dessa två kontor kan alltså jämföras både med de tidigare och de senare undersökta. De utgör därigenom en förbindelselänk mellan resultaten från jämförelserna inom de båda grupperna av kontor.

Vi har valt att först redogöra för de tidsmönster som framkommit för parametrarna. Vi övergår sedan till att visa vilka skillnader mellan kontoren som kvarstår sedan de gemensamma tidsvariationernas effekt borttagits.

7.6.1 Gemensamma tidsvariationer

Den metod vi använder — regressionsanalys — ger med vårt val av variabler som resultat för den aktuella parametern dels ett grundvärde dels också vilka tillägg till detta grundvärde som skall göras för de olika tidsvariablerna. Låt oss ta ett konkret exempel. Säg att vi vill veta S_i^- för den 22:e i en månad där denna dag är en torsdag. Vi finner att tillägget för den 22:e är 0.05 och för en torsdag 0.06. Grundvärdet är, låt oss säga 1.10. Då blir S_i^- för den aktuella dagen $1.10 + 0.05 + 0.06 = 1.21$.

De diagram vi presenterar i detta avsnitt visar de tillägg som enligt analysen skall göras till grundvärdet för att erhålla den aktuella dagens värde.

7.6.1.1 Medelvärdena

Inkundernas medelvärde X_i^+ visar i det nyare materialet praktiskt taget ingen gemensam tidsvariation. Det finns ett svagt utslag för en sänkning på tisdagar (-0.09) men ett 95 % konfidensintervall är nästan av samma storlek som utslaget (± 0.08). I övrigt förekommer inga signifikanta tidsvariabler. I det äldre materialet finns däremot signifikanta sänkningar av inmedelvärdet de tre första dagarna i månaden (-0.24 , -0.18 , -0.18) samt dagarna 20—24 (-0.12).

Materialets brist på homogenitet är inte överraskande mot bakgrund av den stora osäkerheten i skattningen av X_i^+ som vi redan tidigare påpekat.

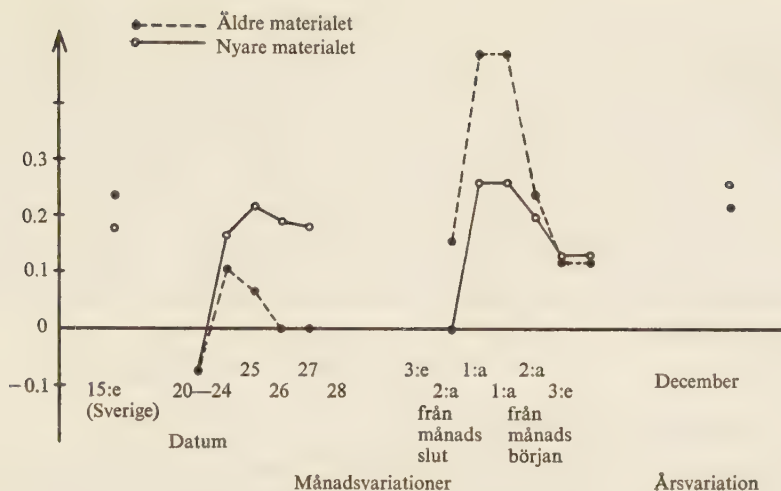


Fig. 7.17: Tidsvariationer för utkundernas medelvärde — X_i^- .

Utkundernas medelvärde (X_i^-) ger en homogenare bild. I figur 7.17 visar vi resultatet av regressionsanalysen för både det äldre och det nyare materialet.

Utmedelvärdet visar inga veckovariationer. Det visar däremot högre värden vid pensionsutbetalningarna och vid månadsskiftet, liksom under december månad.

För pensionsutbetalningarna och december månad råder god överensstämmelse mellan det äldre och nyare materialet. Detta är fallet även för de tre första dagarna i månaden. Osäkerheten i bestämningen av värdena ligger på c:a ± 0.10 varför de noterade skillnaderna ligger gott och väl inom felmarginalerna.

Från den 26:e och fram till månads slut finner vi emellertid stora olikheter mellan de båda materialen. Det äldre materialet visar dessutom en höjning av utmedelvärdet på torsdagar (0.09 ± 0.05). Dessa skillnader är dock inte oväntade. Torsdagen är den normala dagen för utbetalning av löner. Då förekommer utbetalningar av större belopp till företag som har kontantlön. I det äldre materialet påverkar dessa utbetalningar medelvärdet men inte i det nyare.

En liknande effekt har vi vid månadsskiftet. Uttagen över 6 000 blir flera än normalt och höjer därför medelvärdet i det äldre materialet.

Förklaringen till de stora skillnaderna vid månadsskiftet är emellertid huvudsakligen en annan. Variablerna för den 26—28 och för de tre sista dagarna i månaden är inte oberoende. Så förekommer t. ex. i det äldre materialet den 28:e endast som näst sista dag i månaden varför det är fullt rimligt att modellen hänför stigningen till den näst sista dagen och inte till den 28:e. I det nyare materialet förekommer den 28:e däremot både som sista dag och 3:e sista dag.

Enligt det äldre materialet skulle den 28:e som sista dag ge en höjning av utmedelvärdet med 0.49, enligt det nyare med $0.18 + 0.26 = 0.44$. Samma datum som 3:e sista dag ger resp. 0.16 och 0.18. De båda materialen visar alltså här en god överensstämmelse.

Då den 30:e är sista dag, är överensstämmelsen dock inte så god. Stigningen i det äldre materialet är nästan dubbelt så stor som i det nyare. Det är utan tvivel så att i vissa banker har stigningen de sista dagarna i månaden redan börjat ebba

ut den 30:e. Den tycks i dessa banker mer bero på datum än på dagens plats relativt månadsskiftet.

Eftersom det kan vålla vissa problem att omedelbart inse vad i logaritmer angivna höjningar innebär i fråga om beloppen, ger vi några exempel som vi relaterar till medianvärdet mätt i kronor. En ökning av logaritmen med 0.2 innebär att medianvärdet ökar med 22 %, tillägget 0.44 innebär en ökning av medianvärdet med 55 %.

Vi kan alltså sammanfattningsvis konstatera, att från den 25:e till någon dag efter månadsskiftet ligger medianvärdena för utkunderna omkring 20 % högre än normalt, de två sista dagarna i månaden stiger de upp mot en och en halv gång det normala värdet.

7.6.1.2 Spridningarna

Spridningen utgör ett mått på homogeniteten i kundpopulationen vad avser beloppen. En sänkning av spridningen innebär alltså större homogenitet.

Inkundernas spridningar (S_i^+) visar i båda materialen en påtaglig sänkning vid månadsskiftet. Vidare finner vi att spridningen ligger lägre i december än i materialet i övrigt. De värden som erhållits ur det äldre materialet stämmer ganska väl med värdena från det nyare.

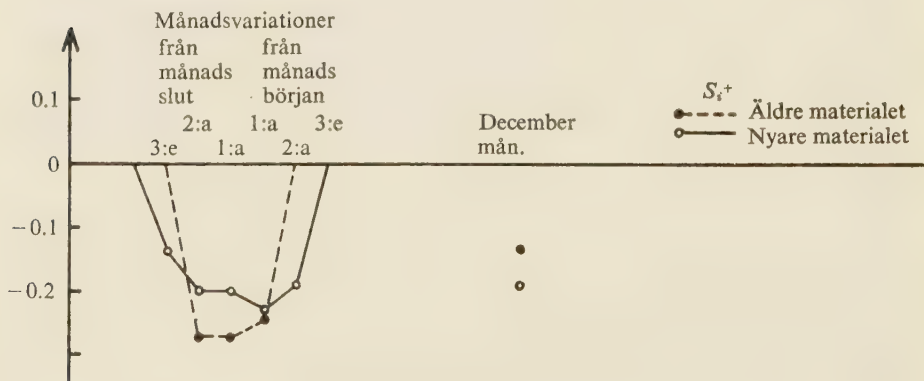


Fig. 7.18: Tidsvariationer för inkundernas spridningar — S_i^+ .

Utkundernas spridningar (S_i^-) är den enda av de hittills behandlade parametrarna som visar veckovariationer. Överensstämmelsen mellan de båda materialen är god. Skillnaderna den 25:e och den 3:e sista dagen i månaden kan förklaras analogt med förhållandena för X_i^- .

7.6.1.3 Antalet kunder

Eftersom antalet kunder endast mycket obetydligt berörs av den förändring av bearbetningsmetoderna som skett, har vi valt att inte göra någon uppdelning av materialet utan låtit analysen på en gång omfatta samtliga kontor.

Regressionsanalysen ger en additiv modell. Detta innebär att till ett grundvärde adderas ett visst tillägg för en viss tidsvariabel. För antal kunder innebär detta

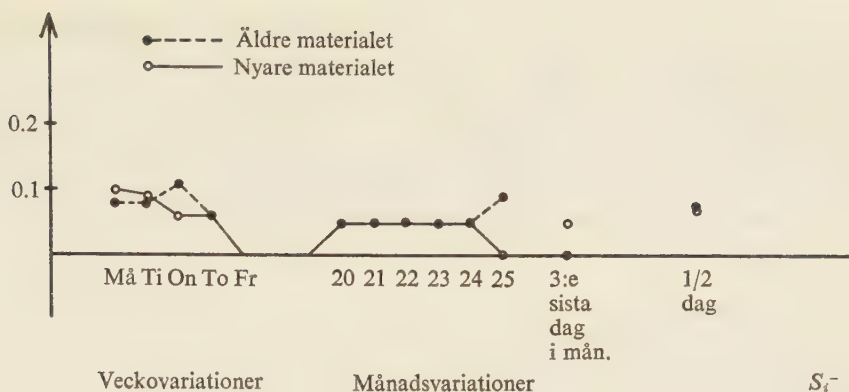


Fig. 7.19: Tidsvariationer för utkundernas spridningar — S_i^- .

att modellen förutsätter att t. ex. sista dagen i månaden ger samma stigning i antalet kunder för den lilla som för den stora banken. Detta antagande är icke rimligt. Det är troligare att den procentuella stigningen är densamma. Modellen bör alltså snarare vara multiplikativ än additiv. Detta kan man åstadkomma genom att övergå till logaritmen för variabelvärdet.

Vi har därför valt att utföra analysen på $\log N_i^+$ och $\log N_i^-$.

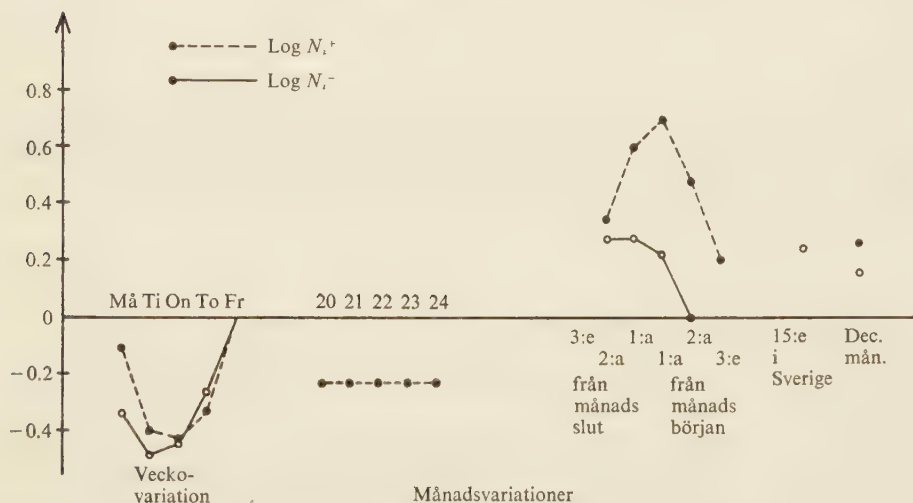


Fig. 7.20: Tidsvariationer för kundantalet — $\log N_i^+$ och $\log N_i^-$.

Materialet visar tydliga veckovariationer. Fredagar ligger högst och tisdagar—onsdagar lägst. De båda lagen av kunder visar mycket nära samma procentuella minskningar under tisdag—torsdag. På måndagar sjunker dock antalet inkunder procentuellt väsentligt mindre än antalet utkunder.

Kring månadsskiftet ökar antalet markant. Mönstret för inkunderna skiljer sig från det för utkunderna på två sätt. Dels är ökningen betydligt kraftigare för inkunderna, dels når dessa sina högsta värden någon dag senare än för utkunderna.

Vi kan också notera att inkundernas antal sjunker den 20—24 men att någon sänkning dessa dagar för utkunderna inte framkommit.

Pensionsutbetalningar påverkar endast antal utkunder.

Vi kan beskriva olikheterna i mönster för in- och utkunder genom att betrakta kvoten N_i^+/N_i^- . Logaritmen för denna kvot ($\log N_i^+/N_i^-$) är lika med skillnaden mellan de båda logaritmerna för antalen ($\log N_i^+ - \log N_i^-$). Denna skillnad kan vi utläsa direkt ur figuren och alltså få ett mått på kvotens tidsvariation.

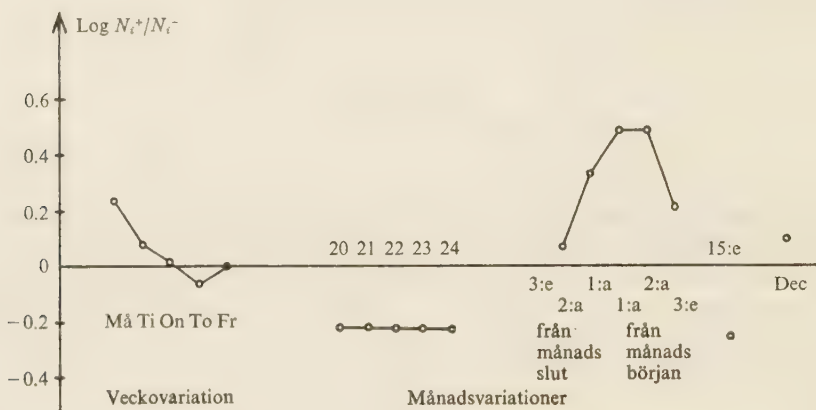


Fig. 7.21: Tidsvariationer för $\log N_i^+/N_i^-$.

Vi finner då att veckan ger en större skillnad endast på måndagen då $\log N_i^+$ sjunker mindre än $\log N_i^-$. Kvoten ökar. Vid månadsskiftet ökar $\log N_i^+$ mer än $\log N_i^-$. Kvoten ökar alltså även här. Detta inträffar även för december månad. Ett motsatt förhållande råder 20—24. Kvoten minskar.

7.6.1.4 Sammanfattning

Vi har funnit för de olika kontoren gemensamma tidsmönster hos alla parametrar utom inkundernas medelvärde (X_i^+).

Veckomönster uppträdde hos antal kunder (N_i^+ , N_i^-) och hos utkundernas spridningar (S_i^-). Antal kunder av båda slagen var högst under fredagen och lägre under veckan i övrigt. Utkundernas spridning visade ett motsatt uppträdande. Den var lägst under fredagar och högre under veckans övriga dagar. Övriga parametrar visade ingen veckovariation.

Månadsmönster fanns hos samtliga variabler som uppvisade tidsvariationer. Den månadsbundna variationen var dock föga framträdande för S_i^- . De övriga parametrarna visade stora förändringar kring månadsskiftet. Antal kunder av båda slagen (N_i^+ , N_i^-) ökade markant liksom utkundernas medelvärde (X_i^-) medan inkundernas spridning (S_i^+) sjönk kraftigt. Vid pensionsutbetalningar stiger både antal utkunder (N_i^-) och deras medelvärde (X_i^-).

December månad ger samma bild som månadsskiftena. N_i^+ , N_i^- och X_i^- stiger medan S_i^+ sjunker.

7.6.2 Skillnader mellan kontoren

Tidsvariationerna i föregående avsnitt gavs som tillägg till ett grundvärde. Med de tidsvariabler vi använt i analysen kommer detta grundvärde att avse förhållandena en normal fredag, dvs. en fredag som inte uppfyller definitionen på någon annan tidsvariabel. I detta avsnitt redogör vi för vilka skillnader mellan kontoren som analysen gett då det gäller detta grundvärde.

7.6.2.1 Medelvärdena

Inkundernas medelvärden varierar kraftigt mellan de olika kontoren som framgår av figur 7.22. Den vänstra delen visar det äldre och den högra det nyare materialet. Värdena för D3 och D4 ligger något lägre i det äldre materialet än i det nyare. De erhållna olikheterna torde kunna hänföras till slumpmässiga fel. Osäkerheten i bestämningen av kontorsvärdena ligger på ca ± 0.10 (95 % konfidensintervall).

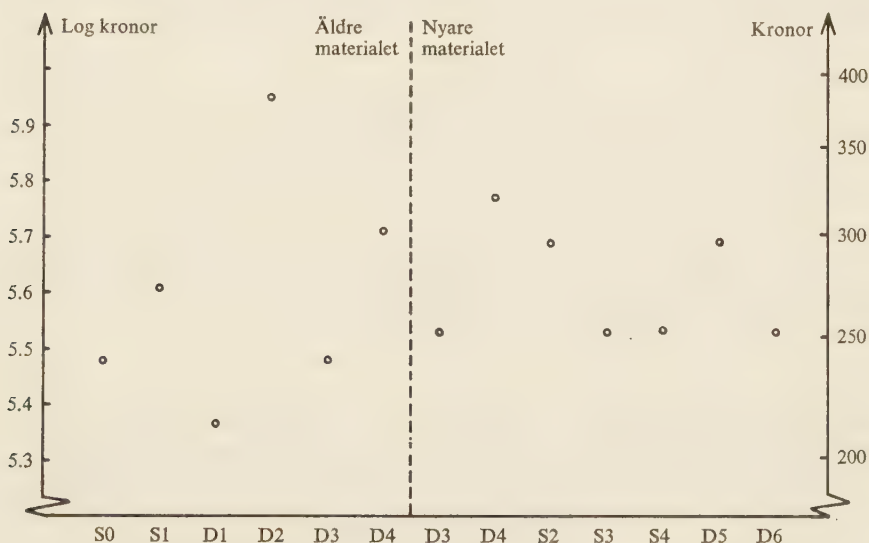


Fig. 7.22: Kontorsvärden för inkundernas medelvärde — X_i^+ .

Vi kan notera att det högsta värdet erhålles för det kontor som verkar på den minsta orten medan det kontor som har det lägsta värdet ligger i den ort som har den största folkmängden. Är detta en tillfällighet eller kan det finnas samband mellan storleken på orten och värdet på X_i^+ ? I figur 7.23 har vi plottat X_i^+ mot folkmängd.

Diagrammet ger ett visst stöd för hypotesen att ett samband föreligger. Ett enkelt statistiskt sambandsmått, korrelationskoefficienten, för de plottade värdena visar sig vara signifikant på 1 %-nivån. Detta ger ytterligare stöd för hypotesen. Vi vill dock erinra om de egenskaper hos folkmängdssiffrorna som vi berörde i kapitel 6 (sid. 103).

Vi har avstått från att söka utreda de bakomliggande orsakerna till det samband som synes föreligga.

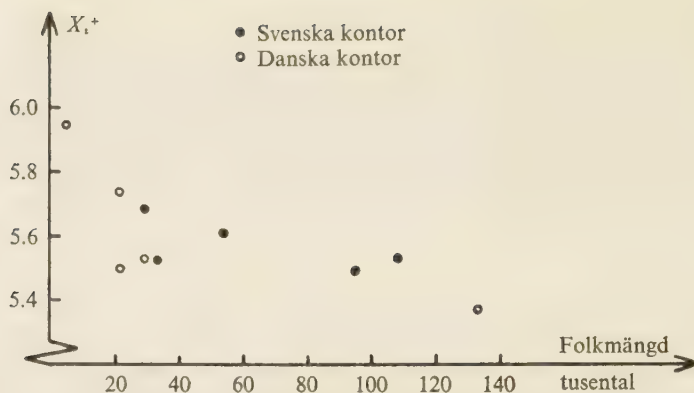


Fig. 7.23: Inkundernas medelvärde mot ortens folkmängd.

Utkundernas medelvärden visar väsentligt mindre variationer mellan kontoren än inkundernas. Endast ett kontor avviker påtagligt från de övriga.

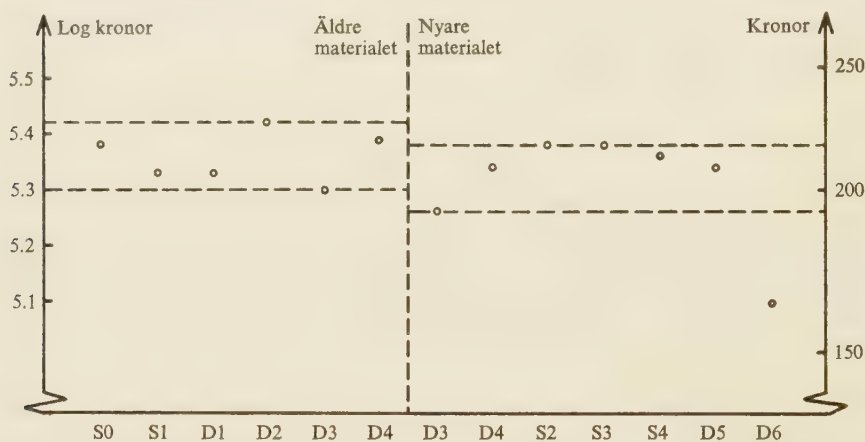


Fig. 7.24: Kontorsvärden för X_i^+ .

I det nyare materialet är kunder som erhållit utbetalningar över 6 000 kronor ej medtagna. Detta måste medföra en sänkning av medelvärdet i förhållande till det äldre materialet. D3 och D4 visar sig ligga ca 0.04 högre med den äldre bearbetningsmetoden. Detta är ungefär vad man kan vänta sig på basis av förekomsten av kunder med höga kontantuttag. Vid jämförelsen förskjuter vi därför det äldre materialet nedåt 0.04.

Vi finner 10 av de 11 kontoren inom ett band av bredden 0.12 eller, uttryckt på ett annat sätt, de har medianvärden som ligger mellan 192 och 217 kronor. Sju av kontoren ligger mellan 209 och 217 kronor. 95 % konfidensintervall kring de beräknade kontorsvärdena varierar mellan ± 0.05 och ± 0.10 varför några signifikanta skillnader mellan de 10 kontoren icke kan konstateras. Däremot avviker kontor D6 signifikant från de övriga.

Den hypotes vi diskuterade i 7.5.1 måste alltså avvisas. Utmedelvärdena korrigerade för inflation och kursskillnader är inte oberoende av kontor. Dock är det

anmärkningsvärt att medelvärdena för 10 av bankkontoren, som är av olika storlek och spridda över Danmark och södra Sverige, så nära överensstämmer.

7.6.2.2 Spridningarna

Vi kan konstatera att inkunderna visar avsevärt högre spridningar än utkunderna. Medan de förra ligger kring 1.6 antar de senare värden omkring 1.1. Populationen av utkunder är alltså genomgående homogenerare än populationen av inkunder hos de olika kontoren.

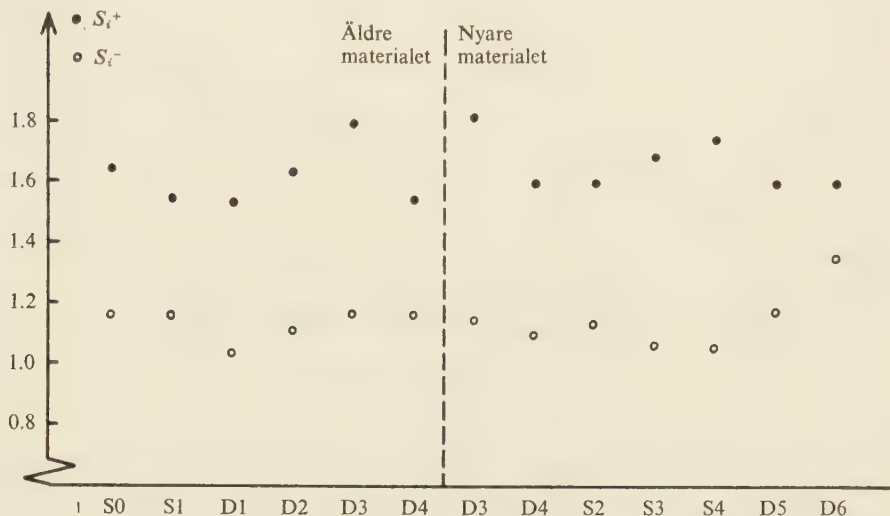


Fig. 7.25: Kontorsvärden för spridningarna.

För båda parametrarna gäller att vissa kontor avviker signifikant från övriga men avvikelserna är påfallande endast för kontor D3 då det gäller S_i^+ och kontor D6 då det gäller S_i^- . I båda fallen är populationerna mindre homogena än hos övriga kontor. Vi har dock icke kunnat finna någon speciell egenskap hos kontoren som kan förklara skillnaderna i spridningarna.

7.6.2.3 Antalet kunder

Som framgår av figur 7.26 är variationerna i kundantal mellan de olika kontoren stora. Det minsta kontoret har c:a 100 utkunder per dag medan det största har över 1 000. Inkundernas antal varierar mellan 25 och 220.

Vi kan vidare notera att inkundernas antal genomgående är lägre än utkundernas. Det förra ligger mellan 17 och 33 procent av det senare.

7.6.2.4 Sammanfattning

Då det gäller kontorens grundvärden har vi observerat följande.

- Inkundernas medelvärden varierade avsevärt mellan kontoren. Denna variation visade sig negativt korrelerad med folkmängden på kontorsorten.

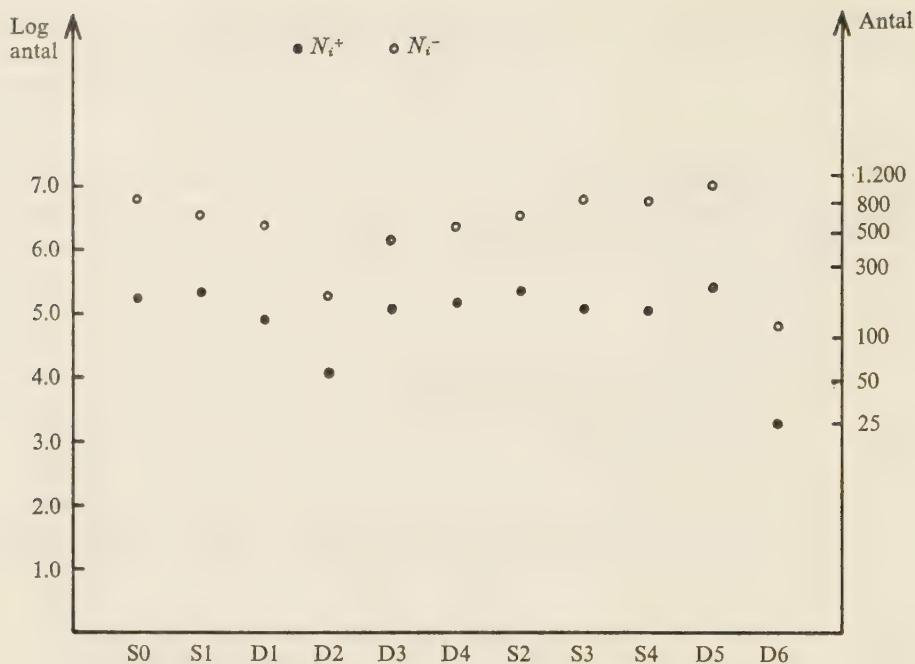
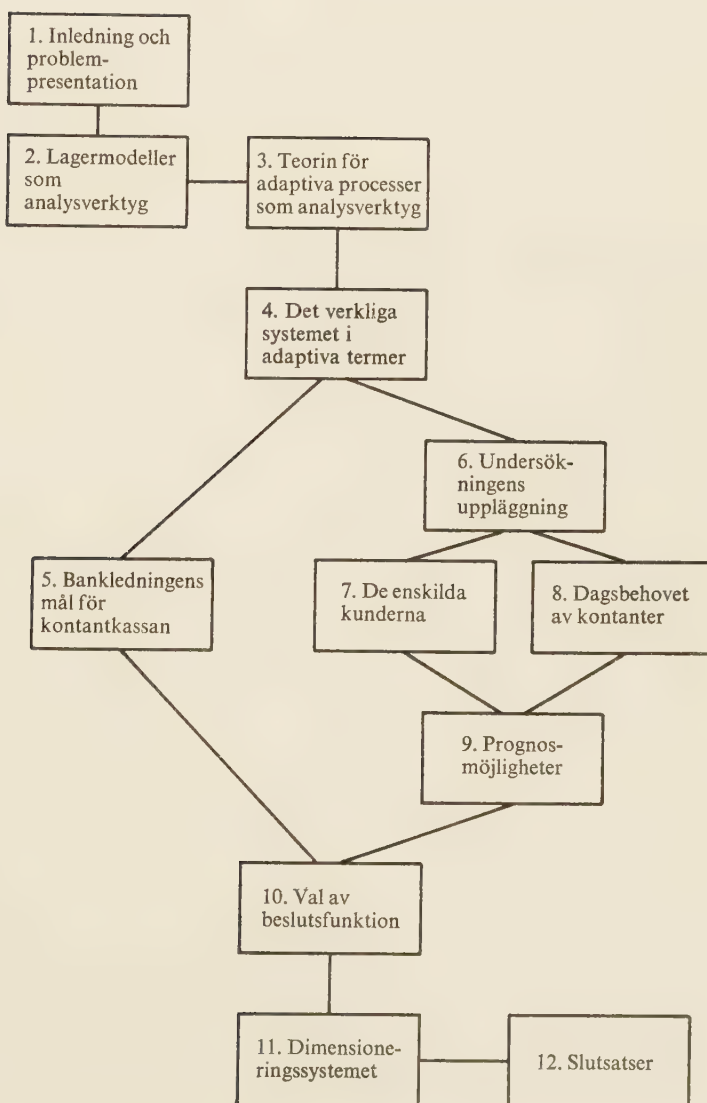


Fig. 7.26: Kontorsvärden för antal kunder.

- Utkundernas medelvärden visade föga variation. Samtliga kontor utom ett hade medianvärde som avvek från 205 kronor med mindre än 6 %.
- Inkundernas spridningar låg genomgående avsevärt högre än utkundernas. Variationen mellan kontoren var måttlig. De flesta kontoren skilde sig inte signifikant från varandra.
- Inkundernas antal låg mellan 17 och 33 procent av utkundernas.

8. Dagsbehovet av kontanter



8.1 Inledning

Föregående kapitel ägnades åt en beskrivning av egenskaper hos sparbankskunder, som har betydelse för deras påverkan på kontantkassan. Vi gav empiriska resultat och gjorde jämförelser mellan olika sparbankers kundpopulationer.

Vilka konsekvenser för dagsbehovet av kontanter har nu dessa egenskaper hos kunderna?

Vi konstaterade i kapitel 6 att det nödvändiga beloppet i startkassan för dag i dvs. kassakravet var

$$\xi_i = -\min_{k \leq N_i} \sum_{j=1}^k u_{i,j}$$

I föregående kapitel visade vi att man kunde beskriva kunderna vid en kassa som ett stickprov ur två populationer, vilka karaktäriserades av logaritmiskt normala sannolikhetsfördelningar med vissa för kontoret och dagen specifika parametrar.

Vilka möjligheter har vi nu att utifrån vår kännedom om kontorets parametrar komma fram till storleken på ξ_i för en kassa? Självklart kan vi inte ge något exakt värde.

Först och främst vet vi inte hur många kunder som besöker den aktuella kassan även om vi känner totalantalet kunder för kontoret som helhet. Även om inte de olika kassorna i kundernas ögon avviker från varandra kommer kunderna inte att fördela sig jämt, vilket vårt material visar. De slumpmässiga avvikelserna kommer att ge variationer i de olika kassornas kundantal.

Låt oss nu för resonemangets skull ändå förutsätta att vi har kunskap om det exakta antalet in- och utkunder för en viss kassa. Vi har alltså ett visst antal inkunder vars belopp kan anses dragna ur en lognormal fördelning med kända parametrar, liksom vi känner antal utkunder och deras fördelning. Detta ger oss två stickprov av fixerad storlek. De enskilda kundernas belopp och stickprovens medelvärden och spridningar kommer att vara utsatta för slumpmässiga variationer.

Givna stickprov dvs. kunskap om samtliga kunders belopp är ändå inte tillräckligt för att ange kassakravet ξ_i . Till skillnad från vad som gäller för den totala dagsförändringen $\tilde{u}_i$ är kassakravets storlek beroende av i vilken ordning de olika kunderna ankommer.

Vi har för samtliga dagar och kassor i de fem senast undersökta kontoren med "the one-sample runs test" (Siegel, 1956, p. 52) testat, om ordningen mellan in- och utkunder avviker från den slumpmässiga. Vi har därvid icke funnit mer än förväntat antal signifikant avvikande värden. Det finns alltså ingen anledning att anta något annat än slumpmässig ordning mellan utkunder och inkunder.

Vi har urskilt tre orsaker till att ξ_i för en viss kassa inte kan anges exakt på basis av kunskapen om kontorets parametrar. Vi har en slumpmässig variation i

- antalet in- och utkunder
- de enskilda kundernas kontantbelopp
- ordningen mellan kunderna.

För att kunna beskriva kassakravets beroende av kontorets parametrar måste vi gå över till statistiska termer och söka ange en sannolikhetsfördelning för ξ_i . Vi kommer att ägna nästa avsnitt (8.2) åt detta problem. Undersökningsperioden har gett observationer av $u_{i,j}$, och därmed är det möjligt att för denna period beräkna ξ_i både för de enskilda kassorna och för kontoret totalt.

I linje med det tidigare resonemanget kan man betrakta de observerade värdena på $u_{i,j}$ för en kassa som ett stickprov ur den totala population, vars parametrar vi skattat med hjälp av kontorets samtliga observationer den aktuella dagen. Då kan också det ξ_i som beräknats för kassan anses draget ur den fördelning som diskuteras i 8.2.

Vi redovisar observerade värden och validerar modellen i 8.3.

Under undersökningsperioden registrerades startkassor (s_{i,N_i}) samt påfyllningar och avtappningar (d_i). Härur beräknades $\tilde{u}_i$. Dessa resultat presenteras i avsnitt 8.4 där valörblandningen diskuteras. Vi analyserar också sambandet mellan $\tilde{u}_i$ och ξ_i .

8.2 Sannolikhetsfördelningen för ξ_i

Vi fann tre orsaker till slumpmässig variation i ξ_i . För att närmare undersöka de två sistnämnda förutsätter vi att antal in- och utkunder är fixerat. Vi har alltså dels stickprovsvariation dels variation i ordningen mellan kunderna.

Problemet kan då beskrivas sålunda:

Sök sannolikhetsfördelningen för

$$\xi_i = -\min_k \sum_{j=1}^k u_{ij} \quad k=1,2,\dots,(N_i^+ + N_i^-)$$

För u_{ij} gäller att

$u_{ij_1}, u_{ij_2}, \dots, u_{ij_{N_i^+}}$ är dragna ur en lognormal fördelning med medelvärde X_i^+ och spridning S_i^+ . $u_{ij_{N_i^++1}}, u_{ij_{N_i^++2}}, \dots, u_{ij_{N_i^++N_i^-}}$ är dragna ur en lognormal fördelning med medelvärde X_i^- och spridning S_i^- . Index j ($j=1,2,\dots,N_i^+ + N_i^-$) är en slumpmässig permutation av talen $j_1, j_2, \dots, j_{N_i^+ + N_i^-}$.

8.2.1 Metodval

Problemet är av en sådan komplexitetsgrad, att någon exakt analytisk lösning inte existerar i den matematisk-statistiska litteraturen. För det något enklare fallet, där samtliga $u_{i,j}$ är dragna ur samma fördelning, har Spitzer (1956) behandlat problemet med kombinatoriska metoder och ger ett uttryck för den karaktäristiska funktionen. Koefficienterna är dock omöjliga att lösa ut annat än för mycket små värden på N . Spitzers resultat är därför av föga värde i det praktiska fallet.

Eftersom ingen exakt analytisk lösning är tillgänglig måste vi ta vår tillflykt till approximativa metoder. Matematisk-statistiska sådana är långt ifrån triviala och att utveckla en för problemet lämplig approximation låg utanför våra möjligheter. På ett sent skede i arbetet lyckades vi initiera en undersökning av matematisk-statistiska approximationsmetoder som kunde vara användbara för det aktuella problemet. Resultatet av denna (Anderson och Thorburn, 1971) återkommer vi till senare.

I avsaknad av analytiska metoder är simulering en möjlighet.

I ett avsnitt betitlat "Why simulate" ger Elmaghraby (1966, p. 417) bl.a. följande beskrivning av en situation då simulering kan vara en lämplig utväg.

"There is an absence of any compressed and complete mathematical formulation of the problem, or great difficulty is encountered in *solving* such formulation if one exists."

Vi har just en situation då en matematisk formulering visserligen existerar, men sådan att en analytisk lösning ger stora problem.

Den typ av problem vi står inför passar till stora delar in i följande beskrivning.

"*Model sampling* is a technique of sampling from a stochastic process to determine through multiple trials the nature of a probability distribution that would be difficult or impossible to determine by standard statistical procedures. From these trials the shape of the probability distribution and the moments of the distribution may be estimated. Model sampling utilizes the Monte Carlo method — random sampling from a probability distribution — but model sampling does not include observation of the behavior of a process through time."

(Meier et al., 1969, p. 5)

Det kan tyckas att den sista meningen i citatet strider mot de förutsättningar som gäller för vårt problem, men denna motsättning uppfattar vi som endast skenbar. Vi har inte att göra med tid i det här fallet, det vi är intresserade av är den minsta av ett antal ($N_i^+ + N_i^-$) summor. Varje sådant minimivärde är att uppfatta som ett utfall från den stokastiska processen. Ett antal sådana utfall gör det möjligt att skatta sannolikhetsfördelningen för minimivärdet.

"Model sampling" har ofta använts i statistiska sammanhang. Ett näraliggande exempel är de signifikansgränser för Kolmogorov—Smirnov-testet Lilliefors (1967) tagit fram, och som vi använt oss av tidigare (7.2).

Det finns välkända nackdelar med simuleringsmetodiken.

"It is a slow and expensive undertaking."

(Elmaghraby, 1966, p. 440)

Datorernas snabba utveckling mot större hastigheter och sänkta kostnader har dock reducerat denna nackdel under senare år. En simulering är långt billigare i dag än för fem år sedan.

Valideringen av simuleringsmodellen erbjuder vissa problem.

"... validating it may be viewed as a two-step process. The first step is to determine whether the model is internally correct in a logical and programing sense. And the second is to determine whether it represents the phenomena it is supposed to represent."

(Meier, Newell, Pazer, 1969, p. 294)

Det första steget underlättas i vårt fall av modellens enkelhet och det andra av de möjligheter vi har att jämföra simuleringsresultaten med de i bankerna uppmätta kassakraven.

Det är naturligtvis väsentligt att få en uppfattning om kostnaden för att använda metoden. Denna kostnad beror till största delen av hur många gånger simuleringen måste genomföras, dvs. hur många minimipunkter som skall beräknas. För att kunna avgöra detta måste vi först besluta vilken noggrannhet vi vill ha i skattningen av fördelningen för minimipunkten, och sedan uppskatta hur många simuleringar som krävs för att uppnå den önskade precisionen.

8.2.2 Antal simuleringar

Hur skall vi definiera skattningens noggrannhet? I kapitel 3 (3.5.5) konstaterade vi att det var rimligt att tänka sig att styrningen syftade till att hålla risken, för att startkassan inte räckte, vid en viss nivå. I ett sådant fall är det intressant att veta vilken precision vi har i skattningen av denna nivå.

I fråga om vilken säkerhetsnivå som kan bli aktuell rör vi oss på osäker mark. I kapitel 5 har vi bl.a. konstaterat att antal hämtningar av extra kontanter skulle hållas lågt. Allmänna överväganden om kostnader för extra hämtningar contra den ränteförlust som göres vid för stor kassa tyder på att risken för att gå tom i kassan bör hållas vid några procent.

Vi valde att för varje parameteruppsättning simulera 200 ggr. Vilken precision ger detta?

Vi har valt att i de överslagsberäkningar vi gör här, arbeta med 2 %-percentilen. Med vilken precision kan vi bestämma denna percentil?

Anderson och Thorburn (1971) har gett följande approximativa formel:

$$N \approx a(1-a) \left(\frac{\lambda_{\beta/2}}{G'(G_a) \cdot d} \right)^2$$

där G = fördelningsfunktionen för de värden som simuleras

G_a = den sökta percentilen; $G(G_a) = a$

$2d$ = längden av konfidensintervallet

$1 - \beta$ = konfidensgraden

N = antal simuleringar.

Om vi väljer konfidensgraden 95 % får vi

$$200 \approx 0.02 \cdot 0.98 \left(\frac{1.96}{G'(G_{0.02}) \cdot \frac{x}{100} \cdot G_{0.02}} \right)^2$$

där $\pm x$ är den högsta procentuella avvikelsen från den verkliga percentilen.

G visade sig ligga nära normalfördelningen. Om vi använder detta och applicerar formeln på simuleringsresultaten får vi ett värde på x som ligger kring 5. Vi kan alltså formulera precisionen sålunda:

- Vi bestämmer 2 %-percentilen i fördelningen för minimum så, att skattningen med 95 % säkerhet avviker från det verkliga värdet med högst ± 5 %.

8.2.3 Simuleringens uppläggning

Simuleringsmodellen bygger på följande förutsättningar.

- Stickprov av känd storlek dras ur vardera två lognormala fördelningar med kända parametrar.
- Individerna i stickprovet förs samman till en mängd som blandas slumpmässigt.
- I den ordning blandningen gett summeras värdena och det lägsta värdet som summan antar, utgör resultatet av en simulering.
- För varje kombination av parametervärden för de lognormala fördelningarna och stickprovsstorlekar utföres 200 simuleringar.

Eftersom vi valt att behandla kontanttransaktioner över 40 000 kronor och under – 6 000 kronor speciellt, bortfaller värden utanför dessa gränser från simuleringen.

Simuleringsprogrammet skrevs i Fortran och som slumpalsgenerator användes IBM:s standardprogram (System/360 Scientific Subroutine Package, 1968, p. 77). En diskussion om slumpalsgenerering finner man t. ex. i Jansson (1966). Förutom simuleringen gör programmet en bearbetning av resultatet av de 200 genomloppen. Medelvärde, spridning och 2 %-percentilen beräknas varefter anpassningen till normalfördelningen testas.

Ur de sex ingångsvärdena (N_i^+ , N_i^- , X_i^+ , X_i^- , S_i^+ , S_i^-) beräknar alltså modellen tre värden, nämligen medelvärde, spridning och 2 %-percentil för den resulterande fördelningen.

Eftersom resultatet endast gäller för en specifik kombination av parametervärden säger det ingenting om resultaten för andra värden på ingångsparametrarna.

I förra kapitlet klargjorde vi inom vilka gränser parametrarna varierade. Då simuleringen genomfördes var endast ett fåtal kontor undersökta, och på basis av det materialet fann vi, att X_i^+ i regel låg mellan 4.8 och 6.3 och X_i^- mellan 5.0 och 5.9, samt att S_i^+ oftast låg mellan 1.1 och 2.0 och S_i^- mellan 1.0 och 1.5. Variationerna i N_i^+ och N_i^- var däremot väsentligt större. Eftersom detta medför att vi måste kartlägga ett stort område av värden på dessa två variabler sökte vi efter utvägar att reducera variationsvidden. Antal nödvändiga simuleringssomgångar skulle annars kunna bli orimligt stort. Vi bestämde oss därför för att inte simulera kontoret totalt, utan genomföra simuleringen för en enskild kassa. Totalantalet kunder för kontoret kan fördelas över det antal kassor som finns tillgängliga och det totala kravet på kontantkassan fås som summan av de enskilda kassornas krav.

Antalet utkunder för en kassa varierade mellan 20 och 190, antal inkunder mellan 2 och 110. Vidare har vi funnit att utkundernas antal alltid var större än inkundernas. Ytterst sällan översteg N_i^+ 60 % av N_i^- . För att få bort ointressanta parameterkombinationer beslöt vi att låta N_i^+ ligga mellan 6 och 60 % av N_i^- .

I de undersökningar som gjorts sedan simuleringen genomfördes, har vi funnit parameterkombinationer som legat utanför de intervall som här har angetts. Så har t. ex. för de danska bankerna X_i^+ och X_i^- haft högre värden. Detta problem löstes genom omräkningen till svenska kronor. I övrigt är det endast i undantagsfall som parametrarnas värden gått utanför de tidigare antagna gränserna.

Vi beslöt alltså att kartlägga det sexdimensionella område som begränsades av följande värden på de sex variablerna

N_i^+	1—114	(dock mellan 6 och 60 % av N_i^-)
N_i^-	20—190	
X_i^+	4.8—6.3	
X_i^-	5.0—5.9	
S_i^+	1.1—2.0	
S_i^-	1.0—1.5	

Av praktiska skäl är det nödvändigt att så starkt som möjligt begränsa antalet simuleringssomgångar. Vi måste alltså välja ett visst begränsat antal punkter i det sexdimensionella området och för var och en av dem genomföra en simulering. Hur skall detta val göras?

Det ligger nära till hands att lägga ett "rutnät" över området och för varje variabel dela upp det intervall inom vilket den ligger så, att vi får ett antal ekvidistanta punkter i varje dimension. Därefter simulerar vi för varje skärningspunkt i "rutnätet". Detta förfaringssätt leder dock snabbt till praktiskt omöjliga situationer. Redan tre intervall i varje dimension ger $3^6 = 729$ kombinationsmöjligheter, 4 punkter i varje dimension ger 4 096. Vi behöver 200 simuleringar för varje kombination och i det senare fallet måste vi alltså totalt göra över 800 000 simuleringar.

De provsimuleringar vi utförde gjorde klart att omkring 600 kombinationer av parametervärdena var det absolut högsta antal som var praktiskt möjligt. "Rutnätet" blir i så fall mycket glest.

En annan metod är att helt slumpmässigt välja så många punkter i området som bedöms som ekonomiskt rimligt. Risken med detta förfaringssätt är, att vi inte kan gardera oss mot att vissa punkter hamnar mycket nära varandra och därför ger ungefär samma information. Detta är oekonomiskt.

Det är möjligt att kombinera båda metoderna. Om resultatet är känsligare för förändringar i vissa av parametrarna än i andra, är det naturligtvis väsentligare att ha kontroll över de förra. För dessa kan man då konstruera ett tätare "rutnät" i det reducerade antalet dimensioner och sedan för varje skärningspunkt i detta "rutnät" göra ett antal slumpmässiga val av övriga parametrar.

Vi valde den senare metoden, med en viss modifikation.

Förberedande simuleringar tydde på att de viktigaste parametrarna var antal utkunder och deras medelvärde. De övriga parametrarna hade mindre betydelse för resultatet. Det var alltså N_i^- och X_i^- vi i första hand ville kontrollera. Vi beräknade därför 18 ekvidistanta punkter i det intervall inom vilket N_i^- varierade och 15 ekvidistanta punkter för X_i^- inom dess variationsområde. Detta gav oss 270 kombinationer. För varje sådan skulle de övriga parametrarna ges slumpmässigt valda värden inom de givna intervallen. Inkundernas medelvärde varierade dock så kraftigt (4.8—6.3) att vi lade en begränsning på det slumpmässiga valet av X_i^+ i det att vi för varje kombination av de övriga parametrarna valde ett X_i^+ i intervallet 4.8—5.5 och ett X_i^+ i intervallet 5.5—6.3. Antalet kombinationer steg till 540.

Ytterligare ett avsteg gjordes från det rent slumpmässiga valet. Eftersom N_i^+ visade ett visst beroende av N_i^- , som vi tidigare påpekat, begränsade vi det slumpmässiga valet av N_i^+ till att varje gång ligga mellan 6 och 60 % av det aktuella värdet på N_i^- .

Med denna uppläggning skulle alltså 540 simuleringsomgångar utföras, vardera omfattande 200 simuleringar. Detta antal ligger under den gräns vi bedömde som ekonomiskt rimlig.

8.2.4 Resultat av simuleringar

Vi fann att den resulterande fördelningen ofta låg nära normalfördelningen. Av teoretiska skäl (centrala gränsvärdessatsen) borde detta gälla med mycket god approximation för $\tilde{u}_i$ (det totala utflödet under dagen). De simulerade fördelningarna för ξ_i avvek dock signifikant från den normala vid låga värden för 2 %-percentilen — under 15 000.

Vid högre värden på denna percentil visade testen i 80 % av fallen ingen signifikant avvikelse.

Speciellt vid kombinationer av samtidiga höga värden på N_i^+ och X_i^+ visade den resulterande fördelningen avvikelser från normalfördelningen. Detta är naturligt, eftersom det är just då risken är stor för markanta skillnader mellan $\tilde{u}_i$ och ξ_i .

Resultaten kan ses som tre sexdimensionella tabeller med 540 ingångsvärden vilka ger respektive medelvärdet, spridningen och 2 %-percentilen för den resulterande fördelningen. Om vi bortser från den uppenbara svårigheten att praktiskt ställa upp en sådan tabell råkar vi ändå ut för problem då det gäller att ur tabellen få fram t. ex. 2 %-percentilen för en viss parameterkombination vi träffat på i banken. Denna kombination finns med all sannolikhet inte i tabellen utan vi blir tvungna att på något sätt interpolera i den. Med den begränsade kunskap vi har om sambanden mellan ingångsvärden och den resulterande fördelningens parametrar finns det ingen anledning att överväga annat än en linjär interpolation.

Redan att interpolera i en tvådimensionell tabell ger vissa problem. Ofta går man så tillväga att man först interpolerar rätlinjigt i det ena ingångsvärdet och därefter i det andra. I regel uppstår då den effekten, att man får olika resultat, beroende på vilken av de två ingångsvariablerna man väljer att starta interpolationen med. En mera konsekvent men praktiskt olämplig väg att använda antagandet om linearitet vore att lägga ett plan, som så nära som möjligt (t. ex. i minsta kvadratmetodens mening) anslöt till de fyra punkter i tabellen mellan vilka det önskade värdet ligger. Därefter kan man interpolera i detta plan utan att hamna i motsägelser.

Som sagt — metoden är praktiskt oanvändbar, men angreppssättet kan vara intressant då förutsättningarna är något annorlunda än i det tvådimensionella exemplet.

I vårt sexdimensionella fall är även den enklaste form av interpolation praktiskt svårbemästrad. Om linearitetsantagandet kunde utsträckas över ett större område, skulle det vara möjligt att täcka hela tabellen med ett begränsat antal plan i analogi med resonemanget ovan. Det skulle underlätta att interpolera och dessutom förenkla problemen med uppställningen av tabellen.

Vi beslöt därför att dela upp det totala området som täcktes av tabellen i 18 delområden. För vardera av dessa anpassade vi ett plan med hjälp av minsta kvadratmetoden. Av praktiska skäl använde vi oss av det tidigare omtalade standardprogrammet för linjär regression. De statistiska mått som programmet beräknar (se beskrivningen i 7.5.2.3) ger en uppfattning om hur väl linearitetsantagandet är uppfyllt.

Vi kan illustrera uppdelningen på följande sätt

N_i^-	20—50		50—110		110—190	
$X_i^+ \backslash X_i^-$	4.8—5.5	5.5—6.3	4.8—5.5	5.5—6.3	4.8—5.5	5.5—6.3
5.0—5.3	P1	P4	P7	P10	P13	P16
5.3—5.6	P2	P5	P8	P11	P14	P17
5.6—5.9	P3	P6	P9	P12	P15	P18

Fig. 8.1: 18 delområden.

P1—P18 betecknar de plan som gäller i de olika områdena.

För medelvärde och 2 %-percentilen uppnåddes goda resultat. Den multipla korrelationskoefficienten låg omkring 0.98 och F-värdena var höga. Vi bedömde det därför som lämpligt att använda denna typ av linjär interpolation. För spridningen var resultatet inte fullt ut lika gott. Korrelationskoefficienten låg i regel kring 0.94 och i några fall kring 0.84. Linearitetsantagandet är inte lika väl uppfyllt. I brist på en bättre metod för interpolering använder vi dock även här de beräknade planen.

Det anpassade planet kan alltså skrivas sålunda för t. ex. 2 %-percentilen.

$$\xi_i^{0.02} = a_0 + a_1 N_i^+ + a_2 N_i^- + a_3 X_i^+ + a_4 X_i^- + a_5 S_i^+ + a_6 S_i^- \quad (1)$$

Här är a_0 interceptet och $a_1 \dots a_6$ regressionskoefficienterna för respektive variabler.

Tabell 8.1: Regressionsplan för 2 %-percentilen, $|t|$ -värden.

Plan nr	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	9.9	16.2	4.5	4.8	1.3	11.1
2	8.6	17.9	3.3	8.7	3.2	12.8
3	6.4	23.1	1.9	7.7	1.5	10.9
4	8.4	11.3	3.5	4.9	1.2	7.9
5	15.8	16.1	5.5	7.2	3.4	13.2
6	8.8	14.4	2.8	5.6	2.6	7.9
7	11.3	15.9	3.1	5.1	4.4	13.6
8	8.8	20.8	4.3	6.4	4.0	12.9
9	10.8	23.3	2.0	7.7	6.0	14.4
10	18.3	12.3	5.9	4.6	4.2	11.7
11	10.7	15.1	3.2	6.0	4.3	9.0
12	15.9	15.8	4.2	7.2	3.1	6.5
13	12.0	13.6	6.1	6.8	4.2	12.0
14	11.6	13.0	3.2	6.7	4.8	11.6
15	11.7	16.4	4.2	7.3	6.7	6.5
16	24.6	13.1	4.8	6.2	4.8	12.4
17	21.1	12.5	6.1	6.2	4.2	8.2
18	12.5	12.5	4.6	6.7	5.7	10.0

Ett mått på hur meningsfylld en viss variabel är, har man i t-värdet. Detta bildas som regressionskoefficienten dividerad med standardavvikelsen i denna. Lågt t-värde indikerar att variabelns förklaringsvärde är lågt. Detta mått kan ge oss en viss uppfattning om, ifall den uppdelning av det ursprungliga området i 18 delområden vi gjort, är lämplig.

Vi har valt att basera diskussionen på resultaten för 2 %-percentilen eftersom — som vi tidigare kommit fram till — denna är viktigast ur beslutssynpunkt. Tabell 8.1 ger t-värdena för de 6 variablerna i de 18 planen.

Vi finner de lägsta $|t|$ -värdena för X_i^+ och S_i^+ . De går till och med några gånger under 2.0, som brukar anses som den gräns under vilken man inte längre betraktar variabeln som meningsfull. Vid bestämningen av de 18 delområdena delade vi det intervall inom vilket X_i^+ varierade i två delar. Vi hade den uppfattningen att intervallets storlek motiverade detta. De $|t|$ -värden vi fått fram ger oss dock anledning att ifrågasätta om detta var riktigt. Om vi frångick uppdelningen av variationsintervallet för X_i^+ skulle vi dessutom vinna en förenkling, de 18 planen skulle reduceras till 9.

Vi provade alltså följande uppdelning:

$X_i^- \backslash N_i^-$	20—50	50—110	110—190
5.0—5.3	P1	P4	P7
5.3—5.6	P2	P5	P8
5.6—5.9	P3	P6	P9

Fig. 8.2: 9 delområden.

P1—P9 betecknar de plan som gäller i de olika områdena.

Korrelationskoefficienten sjönk något, till omkring 0.97, men var fortfarande hög. F-värdena var fortfarande höga. Dessa resultat gav alltså inte anledning till några betänkligheter mot att använda endast 9 plan.

Vilka $|t|$ -värden gav den nya uppdelningen? Det framgår av tabell 8.2 att samtliga $|t|$ -värden, utom något för S_i^+ , är av en sådan storlek att alla variabler kan betecknas som meningsfulla.

Tabell 8.2: Regressionsplan för 2 %-percentilen, $|t|$ -värden.

Plan nr	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	12.0	18.5	8.2	6.4	1.8	12.6
2	13.6	18.6	8.4	8.0	3.3	15.1
3	12.7	26.4	6.3	10.2	3.8	12.3
4	18.1	17.0	10.5	6.7	4.7	15.0
5	14.5	23.7	8.3	9.0	6.4	14.8
6	14.9	19.5	8.2	7.5	6.5	12.7
7	20.2	14.9	13.7	7.2	5.5	13.7
8	17.6	13.9	10.8	6.5	5.3	10.6
9	15.1	16.8	11.9	8.5	7.4	10.0

Efter dessa diskussioner beslöt vi att använda oss av den angivna uppdelningen i 9 delområden och de därtill anpassade 9 planen för att, för en given parameterkombination, beräkna den resulterande 2 %-percentilen. På samma sätt ger vi 9 plan för vardera av den resulterande fördelningens medelvärde och spridning.

De tre sexdimensionella tabeller vi inledde med har reducerats till tre tvådimensionella i vilka tabellvärdet är ett sexdimensionellt plan.

I det praktiska fallet med en viss parameterkombination (N_i^+ , N_i^- , X_i^+ , X_i^- , S_i^+ , S_i^-) går vi alltså in i tabellen med paret (X_i^- , N_i^-) och erhåller ett plan, i vilket vi sätter in de sex parametervärdena och får ut det önskade värdet på t. ex. 2 %-percentilen.

Tabell 8.3 ger koefficienterna i ekvation (1) dvs. $a_0, a_1, \dots, a_6$ för de 9 planen som ger 2 %-percentilen. Planen för medelvärde och spridning ges i appendix 2.

Tabell 8.3: Regressionsplan för 2 %-percentilen, regressionskoefficienter.

Plan nr	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	- 62.84	-0.401	0.395	- 3.27	13.18	- 1.25	16.55
2	- 101.46	-0.492	0.526	- 3.92	19.53	- 2.65	22.16
3	- 153.73	-0.497	0.719	- 3.22	27.86	- 3.69	18.62
4	- 116.37	-0.508	0.386	- 7.41	25.92	- 6.23	33.51
5	- 203.39	-0.514	0.513	- 7.83	40.14	- 8.38	39.69
6	- 219.80	-0.631	0.646	- 9.70	43.31	- 11.95	44.26
7	- 197.24	-0.510	0.367	- 17.81	50.10	- 13.86	56.40
8	- 274.01	-0.614	0.508	- 20.25	63.50	- 16.85	63.11
9	- 399.71	-0.541	0.652	- 23.43	86.54	- 23.92	61.82

Om man önskar värdet för en annan percentil än 2 %, är vi inte hjälpta av tabell 8.3, utan måste gå en annan väg.

I inledningen till detta avsnitt konstaterade vi att den resulterande fördelningen låg nära den normala. Dock visade den i över 20 % av fallen signifikanta avvikelser.

Om vi antar att fördelningen är normal skulle det inte längre vara något problem att få fram en godtycklig percentil.

För en viss parameterkombination skulle vi kunna ur de beräknade planen få fram medelvärde och spridning och det är sedan lätt att ge den önskade percentilen.

Den modell vi har kan sammanfattas så.

- Ur givna ingångsparametrar beräknas medelvärde och spridning för den resulterande sannolikhetsfördelningen med hjälp av de plan vi bestämt.
- Fördelningen antages vara normal och den önskade percentilen beräknas på basis av detta antagande och de ur planen erhållna värdena på medelvärde och spridning.

8.3 Validering

8.3.1 Inledning

1. För var och en av 540 kombinationer av N_i^+ , N_i^- , X_i^+ , X_i^- , S_i^+ och S_i^- har vi utfört 200 simuleringar. Vi har utifrån dessa skattat medelvärde, spridning och 2 %-percentil för den resulterande sannolikhetsfördelningen.

— Skattningarna är behäftade med fel, vars storlek vi har en uppfattning om.

2. De så erhållna 540 punkterna i ett sjudimensionellt rum har vi delat in i 9 mängder och till var och en av dessa anpassat ett sexdimensionellt plan med minsta kvadratmetoden.

— Anpassningen innebär en approximation. Hur stor denna är vet vi endast ungefärligt.

3. Vi har gjort antagandet att den resulterande sannolikhetsfördelningen är normal.

— Vi vet att detta är endast approximativt riktigt. Hur stort fel vi gör är osäkert.

Tar felen ut varandra eller adderas de till varandra? Det är inte möjligt att genom ett analytiskt resonemang få svar på frågan.

Vid appliceringen av modellen på bankkassorna tillkommer ytterligare en felkälla.

4. Simuleringarna har baserats på lognormala fördelningar, vilka antas beskriva kundernas kontantbelopp.

— Även detta antagande innebär en approximation.

Vi har alltså en modell, men är något osäkra på om den ger en tillräckligt bra bild av verkligheten. Avsikten med modellen är att vid en given kombination av ingångsparametrarna kunna beräkna en viss percentil, dvs. få veta vilket belopp som behövs i kassan för att sannolikheten att gå tom skall ligga vid ett visst värde — t. ex. 2 %.

Kan modellen ge detta? Vi ställs inför frågan om validering. Hur skall denna göras?

"Invariably it involves subjecting the model to certain input conditions and comparing its output with the output of the actual system."

(Elmaghraby, 1966, p. 8)

Modellens output är i det här fallet en sannolikhetsfördelning — en sådan för det aktuella systemet att jämföra med existerar icke.

"... the determination of the adequacy of a model requires consideration of the way it is to be used"

(Ackoff, 1965, p. 394)

"Can inferences made on the model successfully be applied on the real world system?"

(Larsson och Lundin, 1970, p. 304)

"The validity of a model must be seen in connection with the purposes for using the model."

(ibid., p. 305)

Modellen skall användas för att bestämma en viss risknivå. Denna nivå ligger kring 1—5 %. Vi kan inte testa hela sannolikhetsfördelningen och vi finner det då lämpligt att välja ett test av en viss percentil i det område där det är aktuellt att använda modellen. Av tidigare nämnda skäl väljer vi 2 %-percentilen.

8.3.2 Jämförelse mellan $\xi_i^{0,02}$ och ξ_i

Vid bearbetningen av materialet från de undersökta bankkontoren har vi för varje kassa och dag beräknat kassakravet under dagen dvs. ξ_{ik} . Dessutom har vi ur regressionsplanen från simuleringen på basis av de faktiskt uppmätta kontorsparametrarna beräknat kassakravet vid en risknivå av 2 % dvs. $\xi_{ik}^{0,02}$. Därvid har vi utgått från antagandet att ξ är normalfördelad.

Vi har alltså för varje kassa och dag både det verkliga ξ_{ik} och modellens $\xi_{ik}^{0,02}$.

För valideringen har vi valt data från ett av de senast undersökta kontoren. Vi ville ha en stor datamängd och bestämde oss därför för det kontor som hade flest kassadagar. Detta var kontor S4. Vid jämförelsen utlämnade vi kassa 77, som var låneavdelningens specialkassa och vars parametervärden starkt avvek från kontorets. I figur 8.3 har vi illustrerat frekvenserna för olika värden på kvoten $\xi_{ik}/\xi_{ik}^{0,02}$.

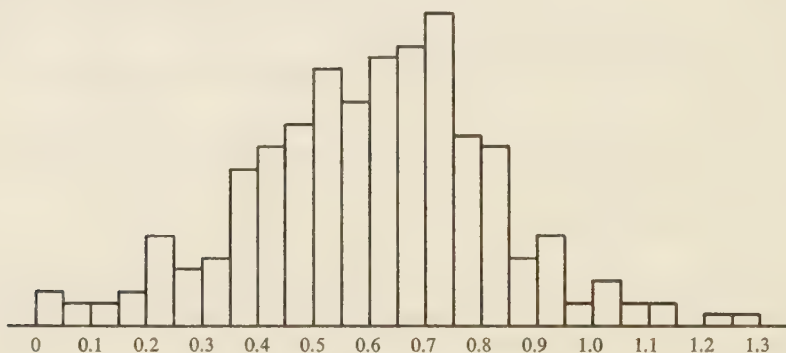


Fig. 8.3: Frekvensfördelning för kvoten $\xi_{ik}/\xi_{ik}^{0,02}$. Kontor S 4.

Om modellen ger en korrekt 2 %-percentil, kan vi förvänta att 2 % av de observerade värdena på kvoten överstiger 1.0. Antalet observationer är 256 och 2 % av detta utgör 5.1.

Vi kan notera att 10 av observationerna har större värden än 1.0. Detta tyder på att nettoeffekten av approximationerna är att modellen ger för låga värden på 2 %-percentilen. Om dessa ökades med 4—5 % skulle antalet observerade värden över 1.0 helt överensstämma med det förväntade antalet. Härmed är det naturligtvis inte sagt att felet är av exakt denna storlek.

Modellens resultat är dock sådana, att vi bedömer den som fullt acceptabel för praktisk användning.

8.4 Dagsutflödet — $\tilde{u}_i$

8.4.1 Valörerna

Under den period undersökningen varade insamlades, som tidigare nämnts, uppgifter om slutkassornas storlek (s_{i,N_i}) och kassapåfyllningar under dagen (d_i).

Den totala förändringen, orsakad av kunderna, under dagen i en kassa erhålles som skillnaden mellan start- och slutkassa korrigerad för påfyllningar under dagen.

$$\tilde{u}_i = s_{i-1, N_{i-1}} + d_i - s_{i, N_i}$$

Varje valör registrerades (jfr figur 6.3) vilket innebär, att $\tilde{u}_i$, s_{i,N_i} och d_i uppfattas som åttadimensionella vektorer.

De fel som uppträtt vid insamlingen har nästan uteslutande drabbat d_i . Eftersom leveranser till och från huvudkassan ofta sker flera gånger per dag består d_i av flera registreringar. De fel som uppstått är av två slag. Dels har kassören ibland glömt att notera en leverans, vilket resulterar i ett felaktigt $\tilde{u}_i$ för den aktuella kassan och dagen, dels förekommer att felaktiga valörer registrerats. Det senare felet påverkar endast valörmixen medan det förra även påverkar totalsumman. Många fel har i efterhand varit omöjliga att rätta. Vi har därför varit tvungna att vissa dagar låta vissa kassor helt utgå.

Vi kommer att på de närmast följande sidorna redogöra för proportionen av olika valörer i dagsutflödet. Vi inleder med en jämförelse mellan kontoren och övergår till att jämföra olika kassor för att slutligen betrakta variationer över tiden. De uppmätta resultaten ställs sedan i relation till resultat från ett antal simuleringar.

8.4.1.1 Jämförelse mellan kontoren

I materialet ingår tre svenska och fem danska sparbankskontor. Den högsta använda valören är i Sverige 1 000-kronorssedeln. I Danmark saknas denna valör, man har i stället en 500-kronorssedel.

I tabell 8.4 ges genomsnittsvärdena för de undersökta kontoren. De är beräknade i procent av det totala utflödet av kontanter. Minustecken innebär alltså att banken haft ett inflöde av valören i fråga.

Tabell 8.4: Procentuell fördelning av valörer i kontantutflödet.

Bank	1 000 kr resp. 500 kr	100 kr	50 kr	10 kr	5 kr och 1 kr
S 2	21	65	7	6	1
S 3	9	81	6	4	0
S 4	21	69	6	4	0
D 1	28	63	3	7	-1
D 2	38	58	1	3	0
D 3	39	53	3	5	0
D 4	20	64	7	8	1
D 5	27	63	3	6	1

De båda lägsta valörerna — 5 kr och 1 kr — svarar för en mycket liten del av utflödet. Den procentuella andelen ligger kring 0. De undersökta sparbankerna har inte i någon större utsträckning försett affärerna med lågvalörer, i vissa fall föreligger t.o.m. ett nettoinflöde. Fördelningen mellan femmor och enkronor är jämn.

De två närmast högre valörerna — tior och femtiolappar — står tillsammans för ca 10 % av utflödet. I Sverige tycks femtiolapparna dominera något, medan i Danmark tiorna utgör merparten.

Den helt övervägande delen — ca 90 % av utflödet utgörs av de två största sedelvalörerna. Variationen mellan bankerna är inte stor. Däremot är fördelningen valörerna emellan ganska olika i olika banker. Vi har illustrerat detta i figur 8.4, som visar de båda högsta valörernas procentuella andel av utflödet.

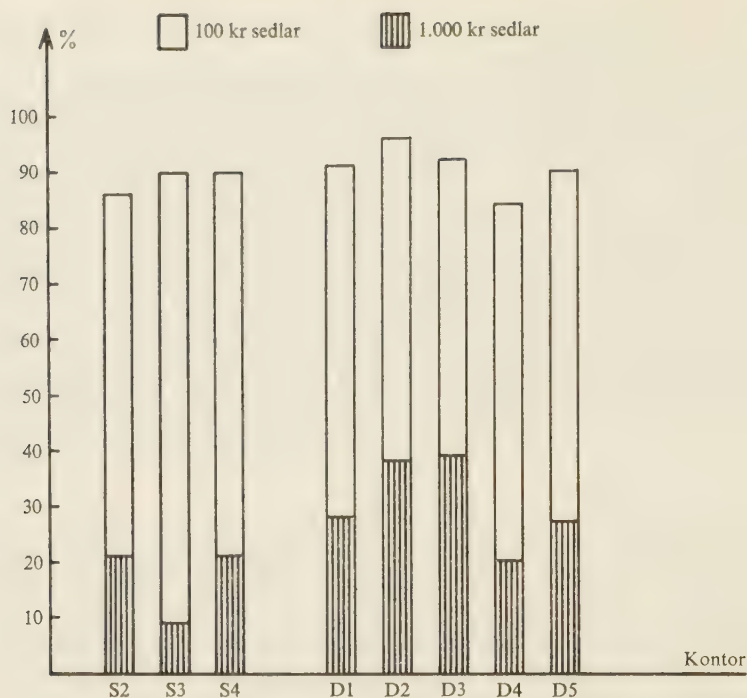


Fig. 8.4: De två högsta valörernas procentuella andel av utflödet.

Vi kan först notera att den högsta valören används oftare i Danmark än i Sverige. Detta är naturligt eftersom, dels den högsta valören i Danmark är 500 kronor mot 1 000 kronor i Sverige, dels också värdeskillnaden medför att en dansk 500 kronors-sedel motsvarar 350 kronor i Sverige.

Den mest frekventa användningen har den högsta valören i bankerna D2 och D3 — nära 40 % — vilket möjligen kan ställas i relation till att dessa två kontor är de enda som har en kundkrets som domineras av landsbygdsbefolkning.

Svårförklarlig ter sig den låga andelen 1 000-kronorssedlar i bank S3. Vi har inte kunnat finna något speciellt i det kontorets yttre miljö som skiljer sig från S2 och S4. Man förnekar också i banken att man har som medveten vana att lämna ut få 1 000-kronorssedlar.

8.4.1.2 Jämförelse mellan olika kassor

Den procentuella andelen av de två högsta valörerna visar inga större variationer mellan de olika kassorna. Figur 8.5 visar frekvenserna av olika procenttal för 37 kassor från kontoren S2, S3 och S4. De flesta ligger mellan 88 och 93 %.

En kassa hade ett procenttal på endast 74, femtiolappar och tiotior svarade där för 18 % resp. 8 % av utflödet. Kamreren på kontoret antydde att detta möjligen kunde bero på kassörens speciella läggning.

Variationen mellan kassorna är däremot stor då det gäller andelen tusenlappar. Ett representativt exempel ges i figur 8.6 där de olika kassorna i bank S4 redovisas.

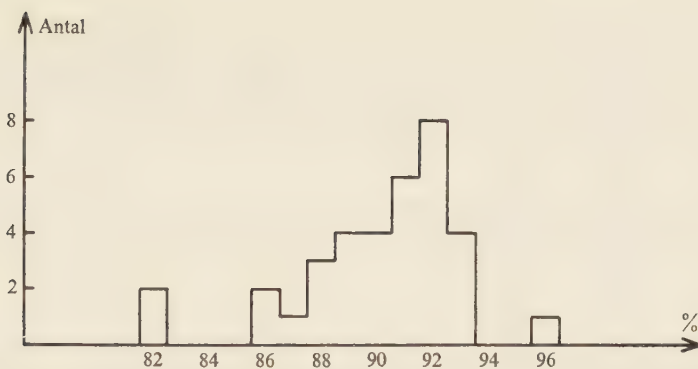


Fig. 8.5: Frekvenser för de två högsta valörernas procentuella andel av utflödet.

Procentandelen tusenkronorssedlar varierar mellan 9 och 49 procent. Eftersom 1 000-lapparna lätt kan substitueras av 100-lappar kan man föreställa sig att kassörerna har olika vanor då det gäller att lämna ut tusenlappar. Ett uttag på 1 100 kronor kan lämnas som en tusenkronorssedel och en hundrakronorssedel eller som elva hundrakronorssedlar. Om en kassör ofta gör det ena och en annan det andra kommer vi att få de uppmätta stora skillnaderna i procenten tusenlappar. Kassörerna var dock inte medvetna om några större olikheter i vanor.

De två lägsta valörerna låg med små variationer mellan kassorna kring 0 procent.

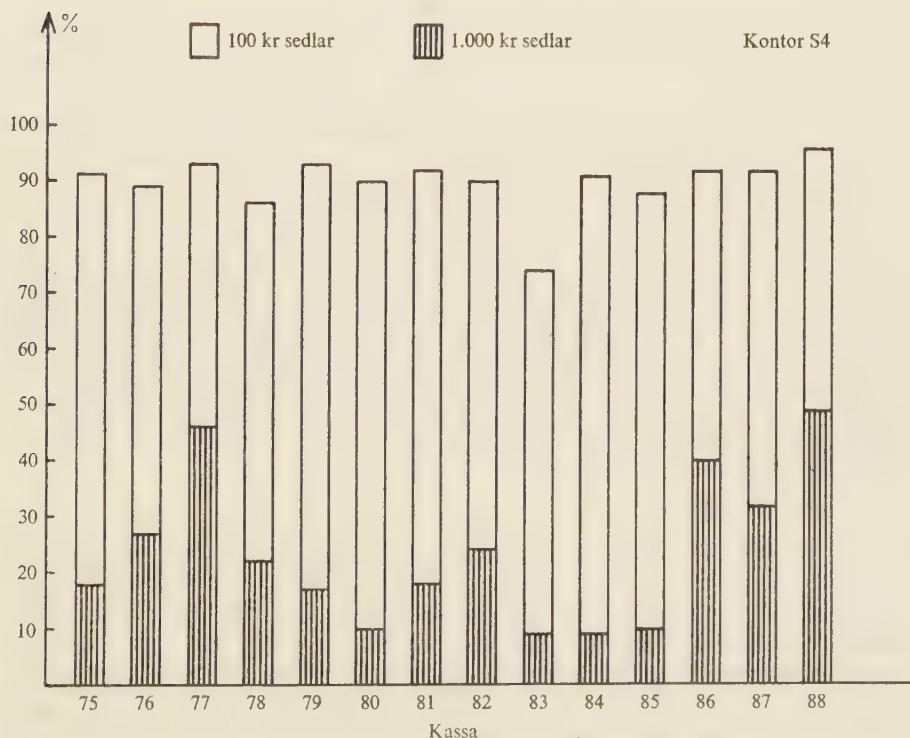


Fig. 8.6: Procentuella fördelningen av 100- och 1 000 kronorssedlar per kassa.

8.4.1.3 Tidsvariationer

Tidsvariationen visar i stort sett samma egenskaper som variationen mellan kassorna. Andelen stora sedlar ligger med små variationer kring 90 %, medan andelen av den största valören varierar kraftigt.

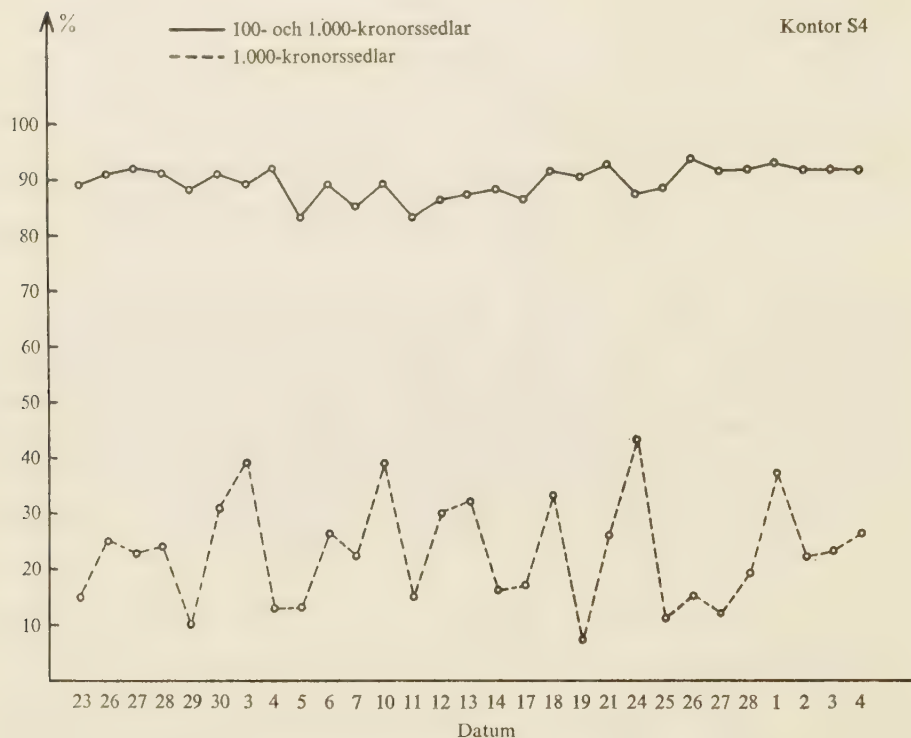


Fig. 8.7: Procentuella andelar stora sedlar och dess variation över tiden.

Vi har inte kunnat finna något tidsmönster i variationen för den högsta valören. Måndagarna tycks i denna bank ha högre värden än övriga veckodagar, men andra banker visar inte detta mönster. Summan av de båda högsta valörerna visar en obetydlig nedgång i mitten av månaden, men detta gäller inte för andra kontor. Inte heller övriga valörer visar något tidsmönster. De två lägsta valörerna ligger hela tiden på bråkdelar av en procent.

8.4.1.4 Simuleringsresultat

För att få jämförelsematerial ur vår simuleringsmodell utfördes 21 st simuleringar där modellen höll reda på inte endast totalbeloppet utan även valörerna. Varje belopp förutsattes vara uppdelat i valörer enligt följande enkla regel: antal sedlar minimeras.

Alla simuleringarna gjordes med olika parameterkombinationer. För varje kombination simulerades 200 kundordningar och vid beräkningen av den procentuella fördelningen av valörerna utgick vi för varje valör från 2 %-percentilen.

Resultaten ges i tabell 8.5.

Tabell 8.5: Simuleringsresultat.

Nr	Valörer					Parametervärden			
	1 000	100	50	10	5 och 1	X_i^+	X_i^-	S_i^+	S_i^-
1	21	69	5	4	1	6.00	5.40	1.45	1.25
2	31	60	4	4	1	5.25	5.20	1.40	1.40
3	26	65	5	4	1	5.75	5.20	1.80	1.40
4	30	61	5	4	1	5.85	5.25	1.55	1.35
5	21	70	5	3	1	6.10	5.70	1.50	1.20
6	21	69	5	4	1	5.40	5.35	1.40	1.20
7	18	70	6	5	1	5.40	5.20	1.70	1.10
8	14	74	6	5	1	4.92	5.34	1.74	1.13
9	31	60	4	4	1	5.25	5.20	1.40	1.40
10	26	65	5	4	1	5.75	5.25	1.80	1.40
11	25	67	4	3	1	5.75	5.35	1.80	1.40
12	21	71	4	3	1	5.50	5.70	1.50	1.10
13	36	58	3	2	1	5.30	5.50	1.40	1.60
14	18	73	5	3	1	5.50	5.65	1.40	1.10
15	19	72	5	3	1	5.50	5.65	1.40	1.10
16	30	65	3	2	0	5.40	5.85	1.40	1.20
17	26	68	3	2	1	5.40	5.80	1.50	1.20
18	27	67	3	2	1	5.30	5.80	1.00	1.20
19	24	68	4	3	1	5.40	5.75	1.00	1.20
20	22	71	3	3	1	5.20	6.00	1.60	1.10
21	24	69	3	3	1	5.40	5.95	1.60	1.20

Simuleringen visar resultat som nära liknar de som uppmätts. Även här ligger andelen stora sedlar med små variationer kring 90 %, medan andelen 1 000-kronorssedlar varierar kraftigt.

I figur 8.8 visar vi procentandelen 1 000-kronorssedlar som funktion av simuleringens inparametrar.

En parameter som visar samvariation med procentandelen tusenlappar är utkundernas spridning. Detta är också rimligt att vänta eftersom en större spridning medför att antal kunder med belopp över 1 000 kronor ökar och därmed antal utlämnade tusenlappar.

På samma sätt medför en ökning av utmedelvärdet också att de höga beloppen ökar i frekvens. Vi kan se effekten på de simuleringar där S_i^- ligger på 1.20 och X_i^- varierar mellan 5.70 och 5.85.

Hur mycket de olika parametrarna betyder har vi dock inte närmare utrett. Vi kan i alla fall konstatera att tidsvariationen i procentandelen 1 000-kronorssedlar kan bero på den samlade effekten av variationen i kontorets parametrar.

8.4.2 Dagsutflödet jämfört med kassakravet

Eftersom det inte enbart sker ett utflöde från kassorna utan kunderna även orsakar ett inflöde, kommer det största kravet på kontantkassan ofta att inträffa vid en annan tidpunkt än dagens slut. Det ligger i sakens natur att dagsutflödet alltid är mindre än eller högst lika med kassakravet.

Om inga inkunder funnes skulle kassakrav och dagsutflöde vara lika stora. Man kan vänta sig att då inkunderna är få är också skillnaden mellan utflöde och

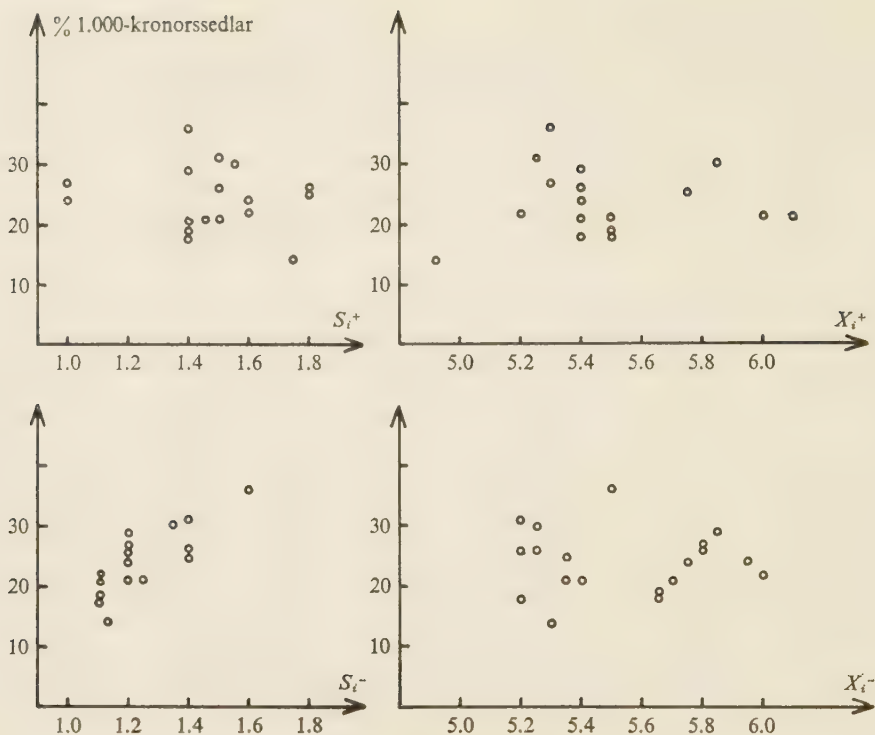


Fig. 8.8: Simuleringsresultat.

krav liten. Kvoten mellan dem ligger nära 1. Dagar då proportionen inkunder är större bör skillnaden också bli större och därmed kvoten sjunka.

Vi har tidigare konstaterat att kvoten mellan in- och utkunder är som störst kring månadsskiftet — någon dag före och några dagar efter. Kvoten mellan utflöde och kassakrav bör alltså ligga nära 1 men sjunka strax före månadsskiftet och dagarna därefter.

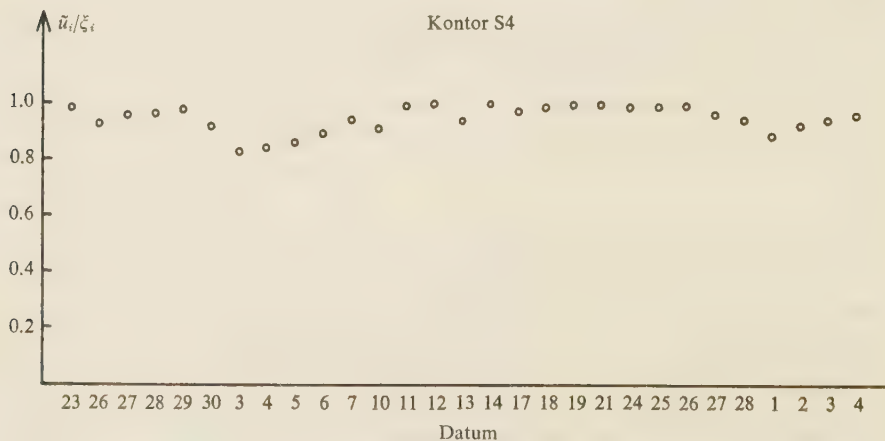


Fig. 8.9: Kvoten mellan utflöde och kassakrav.

Våra observationer bekräftar detta. Vi har funnit att $\tilde{u}_i/\zeta_i$ sällan går under 0.8. Den går ner mot detta värde kring månadsskiftet, men håller sig i övrigt mellan 0.9 och 1.0. Vi illustrerar detta med värdena från kontor S4.

8.5 Sammanfattning

I detta kapitel har vi behandlat den sammanlagda påverkan som kunderna utsätter en bankkassa för under en dag.

Den för styrningen väsentliga storheten är kassakravet, dvs. det lägsta värde kassan antar under dagen.

I den första delen av kapitlet har vi presenterat en modell som, för givna värden på medelvärde och spridning i sannolikhetsfördelningarna för in- och utkunder samt antalet av vardera slaget av kunder, beräknar det belopp som med en given önskad säkerhet räcker för att tillgodose kundernas krav på kontanter.

Som lösningsteknik för modellen har vi använt simulering på datamaskin.

Vi fann att den resulterande sannolikhetsfördelningen för kassakravet approximativt var en normalfördelning.

Genom att simulera 540 olika parameterkombinationer erhöll vi en tabell, ur vilken man för givna ingångsvärden kan beräkna parametrar för den resulterande fördelningen. Den sexdimensionella tabellen förenklades till en tvådimensionell, där varje tabellvärde är ett sexdimensionellt plan. Denna förenkling skedde genom en lineär approximation.

Modellen har validerats genom jämförelse med i bankerna uppmätta värden på kassakravet.

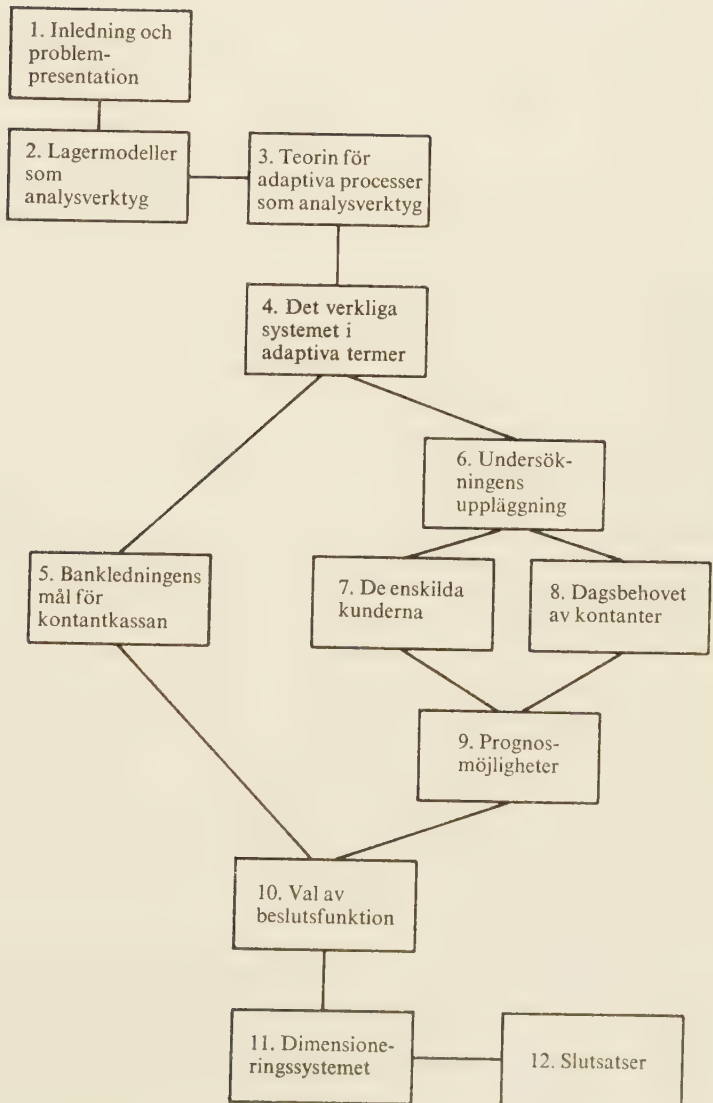
Andra delen av kapitlet har ägnats åt en storhet, som är lättare än kassakravet att praktiskt mäta — dagsutflödet.

Valörblandningen i dagsutflödet vid de olika undersökta bankerna har analyserats. Vi konstaterade att de två högsta valörerna stod för 90 % av utflödet.

Variationen mellan kontor, kassor och dagar var liten i denna procentsats. Däremot varierade andelen av den högsta valören starkt. Resultaten har ställts i relation till dem, som erhållits ur simuleringar.

I det sista avsnittet har vi jämfört de båda storheterna dagsutflöde och kassakrav. Vårt material visade att kvoten mellan dem låg nära 1 utom vid månadsskiftet då den sjönk ner mot 0.8.

9. Prognosmöjligheter



9.1 Inledning

Ett av de viktigaste elementen i beslutsfunktionen är den historiska vektorn, som genereras av den historiska processen. Vi har tidigare gett följande två funktions-samband.

$$\begin{aligned}d_k &= D(s_{k-1}, h_{k-1}, v_{k-1}) \\ h_k &= H(h_{k-1}, s_{k-1})\end{aligned}$$

där

D är beslutsfunktionen

s_{k-1} är systemets tillstånd vid tidpunkten $k-1$

H är den historiska funktionen

v_k är beslutsfattarens omgivningsvektor.

Problemet vi skall lösa i detta kapitel är hur man på bästa sätt utformar H för att erhålla bästa möjliga information från h_k .

Steglängden i den historiska processen är en bankdag. Informationen från de tidigare undersökningarna skall beaktas.

Vi har redan konstaterat, att det skulle bli för kostsamt att kontinuerligt ta fram den detaljerade information som krävs för att beräkna lämplig kassastorlek vid undersökningstillfället.

Den önskvärda information som direkt eller via beslutsfunktionen skall genereras ur den historiska processen är lämplig startkassa för de olika bankdagarna. Då vi av kostnadsskäl inte kontinuerligt kan ta in behövlig information måste vi istället försöka införa den kunskap som erhållits under undersökningsperioden i antingen den historiska funktionen eller i beslutsfunktionen.

Vad som erfordras i denna situation är variabler, som förklarar lämplig kassastorlek. Om vi nu finner sådana, gäller det att förutsäga dessa för en framtida period.

Vi inleder med att i 9.2 diskutera prognosmöjligheter för variablerna i den modell vi utvecklat i kapitel 8. Därefter övergår vi i 9.3 till att undersöka vilka befintliga data som kan tänkas vara användbara för att förklara kassakravet samt vilka lämpliga uppgifter utöver dessa som utan alltför stora kostnader löpande kan registreras.

I 9.4 testar vi vilka av dessa befintliga eller nyregistrerade data som bäst kan förklara kassakravet. Detta ger oss en uppfattning om vilka variabler som är väsentligast att kunna prognosticera.

Vilken prognosmetod som är lämpligast diskuteras i 9.5. Den valda metoden används i 9.6 för att prognosticera två väsentliga variabler på basis av data från ett av de undersökta kontoren.

9.2 Parametrarna i simuleringsmodellen

Vi har i kapitel 8 gett en modell med vars hjälp vi kan beräkna startkassans storlek vid olika säkerhetsnivåer. Modellen har dock en del högst påtagliga begränsningar, nämligen:

- antal in- och utkunder skall vara känt
- parametrarna X_{ik}^+ , X_{ik}^- , S_{ik}^+ och S_{ik}^- skall vara kända.

I och för sig var det intressant att jämföra verklig kassahållning och ”lämplig” kassahållning under undersökningsperioden men inte tillräckligt för att dimensionera kassorna på ett effektivt sätt. Det var möjligt att genom information till kassörerna avlägsna direkta feldimensioneringar. Däremot var det inte möjligt att dimensionera kassorna för en framtida period med utgångspunkt från dessa data eftersom behovet av kontanter varierar från månad till månad förutom variationerna över veckan. Dessa är så starka, att kassören har mycket svårt att utifrån data från en begränsad tidsperiod generalisera till andra perioder.

9.2.1 Prognos av parametrarna N_{ik}^+ , N_{ik}^- , X_{ik}^+ , X_{ik}^- , S_{ik}^+ och S_{ik}^-

För att det skall vara möjligt att för en framtida period bestämma $\xi_{ik}^{0.02}$ fordras att vi kan prognosticera var och en av ovanstående parametrar. Resultaten i kapitel 7 visar att parametrarna har stabila tidsmönster. Förutsättningarna för en bra prognos synes goda. En prognos är alltid en framskrivning enligt ett utvecklingsmönster som man lärt känna under en historisk period. Den tidslängd, som behövs för att åstadkomma en bra framskrivning är beroende av hur långa de längsta säsongsvängningarna är. I vårt fall fordras alltså en stor datamängd eftersom årtidsvariationen och variationen på grund av olika helger återkommer endast en gång per år. Detta innebär att absolut minsta historiska period som bas för en god prognos är ett år.

I avsnitt 6.3 diskuterades problemen vid insamling av data för estimering av de ovan behandlade parametrarna.

En mycket enkel överslagsberäkning ger vid handen, att kostnaderna för en kontinuerlig insamling av data på detta komplicerade sätt vida överstiger de vinster i form av lägre kassor som modellen kan beräknas ge (utifrån de resultat vi erhållit på de hittills undersökta kontoren).

Saken kommer i ett annat läge om miljön förändras så att andra sätt att samla in data kan komma till användning. I en nära framtid kommer kassamaskinerna i banken att vara direkt anslutna till en central datamaskin. Med en väntad ytterligare utveckling av snabbhet och minneskapacitet för datorn, kan det bli möjligt att i ett framtida system registrera varje kund för varje kassa och dag i datorn. I så fall blir det möjligt att löpande registrera parametrarnas värden och därmed också ge prognoser för dem. I dagens system är detta dock praktiskt och ekonomiskt omöjligt. Vad vi i stället måste inrikta oss på är att använda i första hand data, som redan finns registrerade, och i andra hand nya data, som enkelt kan registreras. Vi diskuterar dessa möjligheter i nästa avsnitt.

9.3 Befintliga data och tillägg till dessa

För att finna förklarande variabler besökte vi kontor S1 och frågade efter vilka uppgifter som redovisades och arkiverades. Vi fick då veta att det fanns två olika dagliga registreringsförfaranden. Dels gjorde varje kassör en kassarapport där mängden kontanter och checkar rapporterades, dels lämnades dagligen en kassaboksrapport till redovisningsavdelningen. Det var alltså möjligt att utifrån den förstnämnda erhålla uppgifter om kassaflödet för varje kassa och dag. Arkiveringen var dock upplagd så, att det skulle vara relativt resurskrävande att på detta sätt ta fram data.

De uppgifter som fanns registrerade och arkiverade på ett för vårt ändamål lämpligt sätt, var kassaboksrapporterna. Vi har redan i tidigare kapitel diskuterat det nära samband som finns mellan ζ_i och $\tilde{u}_i$. Speciellt stort är detta samband då antalet utkunder är stort och de genomsnittliga uttagna beloppen är stora. Just i sådana situationer är också påfrestningarna på kontantkassan som störst och därför av speciellt stort intresse. Det skulle underlätta datainsamlingen om vi kunde komplettera kassadagboken på något sätt som gav oss möjlighet att bestämma $\tilde{u}_i$.

I detta sammanhang vill vi understryka, att det tar lång tid att använda sig av i efterhand registrerade data, därför att insamlingen av dessa måste pågå i över ett år. Om vi däremot endast använder redan befintligt material, kan vi gå så långt tillbaka i tiden som behövs för att säkerställa det mönster som krävs för framskrivningen.

Det är självklart att den tid en kassa är öppen påverkar dess kassakrav. Vi beslöt därför att som tillägg till registreringen ha variabeln ”öppet antal timmar”. Vi kompletterade kassaboksrapporterna med följande variabler:

1. startkassa
2. kassapåfyllning
3. utleveranser från kassan
4. slutkassa
5. öppet antal timmar.

Ur de fyra första är det möjligt att beräkna $\tilde{u}_i$.

9.4 Test på förklaringsvärde

Det är svårt att direkt veta eller avgöra vilka variabler som har stort förklaringsvärde utan test. Vi valde att med hjälp av multipel regression beräkna i vilken utsträckning de olika variablerna förklarar $\zeta_i^{0,02}$. Att vi bestämde oss för $\zeta_i^{0,02}$ beror i frågan om nivå på ett från vår sida godtyckligt val. Varför vi valt att använda multipel regression återkommer vi till i avsnitt 9.4.2.

9.4.1 Datainsamling

I avsnitt 9.3 diskuterade vi vilka variabler som kontinuerligt registrerades på ett sätt som gjorde dem användbara för våra ändamål. Vi beslöt att inte ta med alla titlarna på kassaboksrapporterna beroende på att vissa variabler t. ex. ”fastighetens resultatkonto”, ”grupplivförsäkr. — premie konto” uppenbarligen inte

hade särskilt stor inverkan på kassakravet. Dessutom var de mycket lågfrekvent förekommande.

Variablerna, förutom de fem vi kompletterat med, var följande:

6. sparbanksräknings konto inbetalningar
7. sparbanksräknings konto utbetalningar
8. postväxlars konto inbetalningar
9. postväxlars konto utbetalningar
10. lånekonto inbetalningar
11. lånekonto utbetalningar
12. skatteuppbördskonto inbetalningar
13. skatteuppbördskonto utbetalningar
14. kassabok totalt inbetalningar
15. kassabok totalt utbetalningar
16. antal transaktioner under dagen.

Dessa uppgifter samlades in från redovisningsavdelningens arkiv och överfördes på stansunderlag. Sammanlagt insamlades 148 kassadagar fördelade på 25 bankdagar. Detta stansunderlag kompletterades sedan med uppgifter från vår bearbetning av undersökningsmaterialet.

9.4.2 Val av bearbetningsmetod

Den vanligaste metoden att undersöka samband av den här angivna arten är någon form av korrelationsanalys. I detta speciella fall skulle det närmast vara aktuellt med multipel korrelation.

De förutsättningar som gäller för denna metod har redan diskuterats i kapitel 7 varför ingen ytterligare diskussion sker här.

De krav som ställs bör approximativt vara uppfyllda och skulle så inte vara fallet ger detta utslag i testet så att den multipla korrelationskoefficienten blir liten. Av praktiska skäl använder vi datamaskinprogrammet för stegvis regression då den multipla korrelationen beräknas i detta program.

9.4.2.1 *Bearbetning av variablerna startkassa, inleveranser, utleveranser och slutkassa*

De ovan nämnda variablerna är i stor utsträckning beroende av beslutsfattarens beslut. Detta innebär att variablerna inte är lämpliga som underlag för bestämning av kassabehovet. Det gäller att finna något uttryck som inte är beroende av beslutsfattaren. $\tilde{u}_i$ (utflöde av kontanter = startkassa + inleveranser – utleveranser – slutkassa) är en av beslutsfattaren oberoende variabel. Det finns goda skäl att antaga att denna variabel starkt samvarierar med lämpligt kassakrav då det oftast gått ut mer kontanter än som kommit in i de undersökta kontoren.

Är detta starkt markerat kommer högsta kassakravet nära dagens slut och är då nästan ekvivalent med utflödet av kontanter. Eftersom sedan högsta kassakravet är en observation från en bankdag av viss typ kan detta användas som en skattning på det förväntade kassakravet. Är denna skattning effektiv kommer alltså variablerna förväntat kassakrav och kontantutflöde att samvariera.

9.4.2.2 Vilka bearbetningar bör göras?

De möjligheter vi har är att prediktera varje enskild kassa eller att prediktera hela kontoret. Vilket av alternativen vi väljer beror på vilket vi kan förutsäga med störst precision. Resultatet blir under alla förhållanden att dimensioneringsförslaget ges för hela kontoret. Detta beroende på att de enskilda frontkassorna inte är oberoende av varandra. Om en av dem stänger överförs dennas kunder till de andra. För att kunna prediktera varje enskild kassa skulle vi vara tvungna att ta hänsyn till alla de komplicerade samband som finns mellan dem. Resonemanget leder fram till att man bör göra prognosen för hela kontoret.

Då extra information är dyrbar vill vi gärna utesluta $\tilde{u}_i$ om det är möjligt. Totalt bör alltså $2 \times 2 = 4$ bearbetningar göras enligt följande.

- 1. Samtliga 148 observationer bearbetas för de 16 variablerna.
- 2. Observationerna för kassorna adderas till ett värde per dag för hela kontoret och detta bearbetas för 16 variabler.
- 3. Variabeln kontantutflöde uteslutes och samtliga 148 observationer bearbetas.
- 4. Variabeln kontantutflöde uteslutes och de 25 totalvärdena bearbetas.

9.4.3 Resultat av bearbetningen

Intresset vid sådana här bearbetningar fokuseras först och främst till de olika variablernas förklaringsprocent. Denna är kvadraten på den multipla korrelationskoefficienten. Med förklaringsprocent menas den del av den totala variationen i den beroende variabeln som förklaras av var och en av de oberoende variablerna. Vi redogör för resultaten i tabellform. Vi benämner körningarna från 1 till 4 enligt ovanstående ordning. För var och en av bearbetningarna redovisas endast variabler som förklarar mer än 0.1 % av den totala variationen.

Tabell 9.1: Resultat från analysen med multipel regression.

Körning	Variabel	Förklaringsprocent
1	Kontantflöde	71.2
	Antal transaktioner	2.0
	Öppet antal timmar	0.5
	Totalt	73.7
2	Kontantflöde	75.3
	Antal transaktioner	9.4
	Lånekonto inbetalningar	2.6
	Skatteuppbördskonto inbetaln.	1.3
	Summa inbetalningar	0.7
	Skatteuppbördskonto utbetaln.	0.3
	Totalt	89.7
3	Antal transaktioner	56.7
	Öppet antal timmar	3.0
	Postväxlars konto utbetaln.	1.2
	Lånekonto utbetalningar	1.0
	Sparbanksräknings konto inbetaln.	0.3
	Sparbanksräknings konto utbetaln.	0.4
	Totalt	62.6
		165

Körning	Variabel	Pörklaringsprocent
4	Antal transaktioner	34.5
	Postväxlars konto utbetaln.	17.5
	Lånekonto utbetalningar	6.7
	Öppet antal timmar	1.9
	Postväxlars konto	0.6
	Skatteuppbördskonto inbetaln.	1.7
	Sparbanksräkningskonto utbetaln.	0.4
	Sparbanksräkningskonto inbetaln.	3.9
	Totalt	67.1

Av ovanstående bearbetning framgår att det erhålles en större förklaringsprocent om hela kontoret summeras till en variabel än om varje kassa för sig prognosticeras. Skillnaden är 16.0. Även om vi här skall beakta att residualen minskar då antalet observationer minskar och antalet variabler är konstant, väljer vi av praktiska skäl och med stöd av ovanstående resultat att prognosticera hela kontoret som en enhet.

Att utesluta variabeln kontantflöde visar sig få allvarliga konsekvenser för förklaringsprocenten. Minskningen är för hela banken $89.7 - 67.1 = 22.6$. Då denna minskning var av en sådan storlek att den inte kunde accepteras beslöt vi att åtminstone tillsvidare behålla variabeln kontantutflöde trots de svårigheter som fanns vid insamlingen av dessa data.

9.4.4 Sammanfattning

Resultaten av bearbetningarna tydde på att prognosticering borde ske för hela kontoret.

I vår redovisning av de olika variabelernas inverkan redovisar vi endast variabler som förklarar mer än 0.1 %. Diskussionen angående beräkningarnas noggrannhet är svår i nuvarande läge, eftersom vi inte känner prognosernas tillförlitlighet och andra typer av felkällor. Det förefaller oss dock rimligt, beroende på den stora variation som finns, att antaga att summan av felkällor åtminstone kommer att uppgå till 20 % av det predikterade förväntade kassakravet. Detta innebär att det blir meningslöst att in absurdum finputsas någon liten detalj. Av denna anledning utesluter vi tills vidare alla variationer som inte förklarar mer än 3 % av totala variationen i den beroende variabeln. Det innebär att de enda variabler som ingår är "kontantflöde" och "antal transaktioner". Nästa steg blir att göra prognoser för dessa båda vilket behandlas i nästa avsnitt.

9.5 Prognosmetoder

Vilka metoder står till buds då det gäller att prognosticera antal transaktioner och kassaflöde? Våra överväganden i det som följer baserar sig på resultaten av en litteraturgenomgång.

9.5.1 Datainsamling och beskrivning av data

Val av metod är beroende av datas utseende samt vad prognosen skall användas till.

Brown (1963, p. 33) uttrycker sig sålunda:

"When you do manage to get a bit of real data, don't immediately rush off and stuff it into the nearest computer. Chew on it for a while, roll it over, and get the full flavor of the problem One of the easiest ways to become thoroughly familiar with the characteristics of the data is to plot them as a graph."

För att få en uppfattning om variationerna har vi studerat dessa i materialet. Vi redovisar som exempel "antal transaktioner" och "utflöde av kontanter" för en svensk och en dansk bank (fig. 9.1—9.4).

9.5.2 Val av prognosmetod

"The philosophy is something like building a model crane with an Erector set: choosing among alternative components to build a complete unit. There are six major considerations in the design of any forecasting system. In each of these stages there are usually many alternatives. A complete system is designed by selecting one alternative at each stage and matching it into a system."

(Brown, 1963, p. 7)

Det gäller nu — med Browns termer — att börja bygga modellen utifrån den kunskap vi har om vårt material och de tekniker som finns tillgängliga.

Intervjuer med olika befattningshavare i sparbanker ger oss anledning att antaga följande karaktäristiska egenskaper hos materialet. Dessa antaganden bekräftas av resultaten i kap. 7 och av de exempel vi gett i figur 9.1—9.4.

1. Vecko- och månadssvängningar som är återkommande för "normala" veckor och månader.
2. Extraordinära dagar såsom helger, pensionsutbetalningsdagar, industrisemester, stör det cykliska mönstret.
3. Långsiktiga trender kan finnas i materialet.

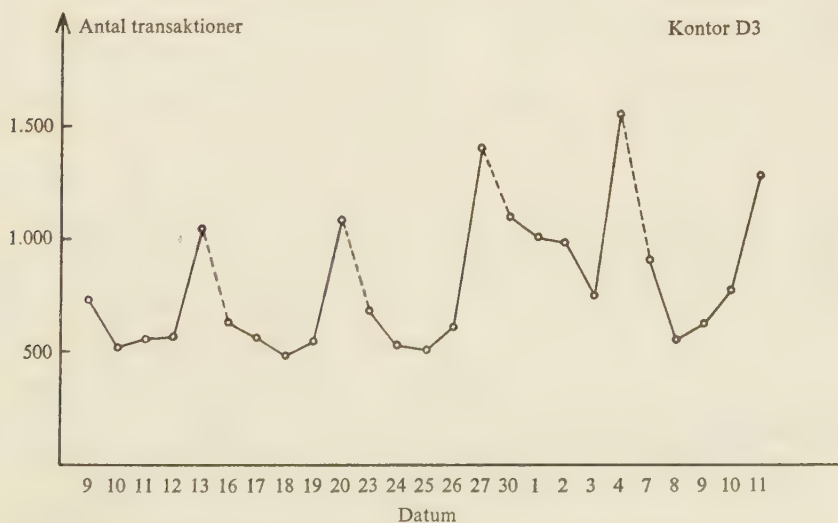


Fig. 9.1: Antal transaktioner i bank D3 under tiden november—december 1970.



Fig. 9.2: Antal transaktioner i bank S4 under tiden april—juni 1971.

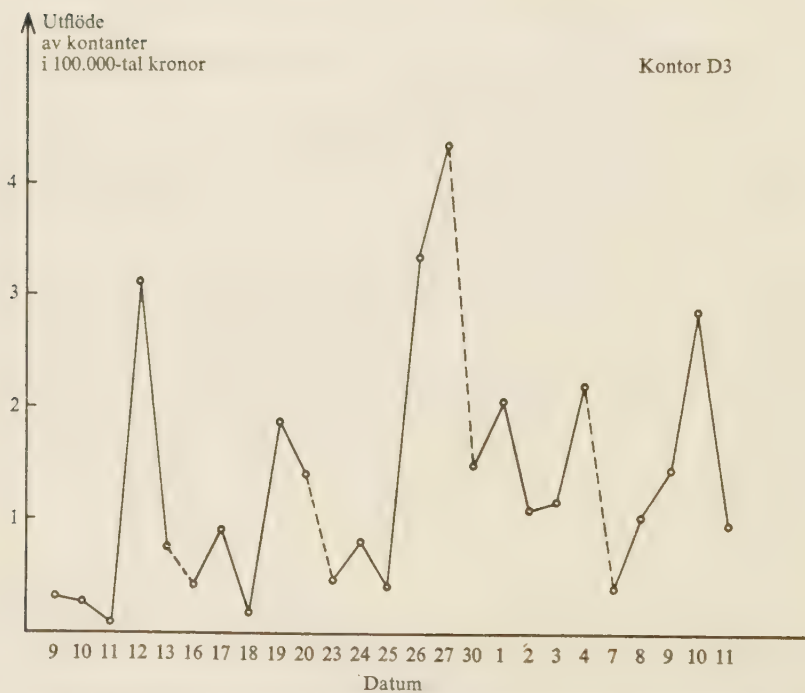


Fig. 9.3: Utflyde av kontanter i bank D3 under tiden november—december 1970.

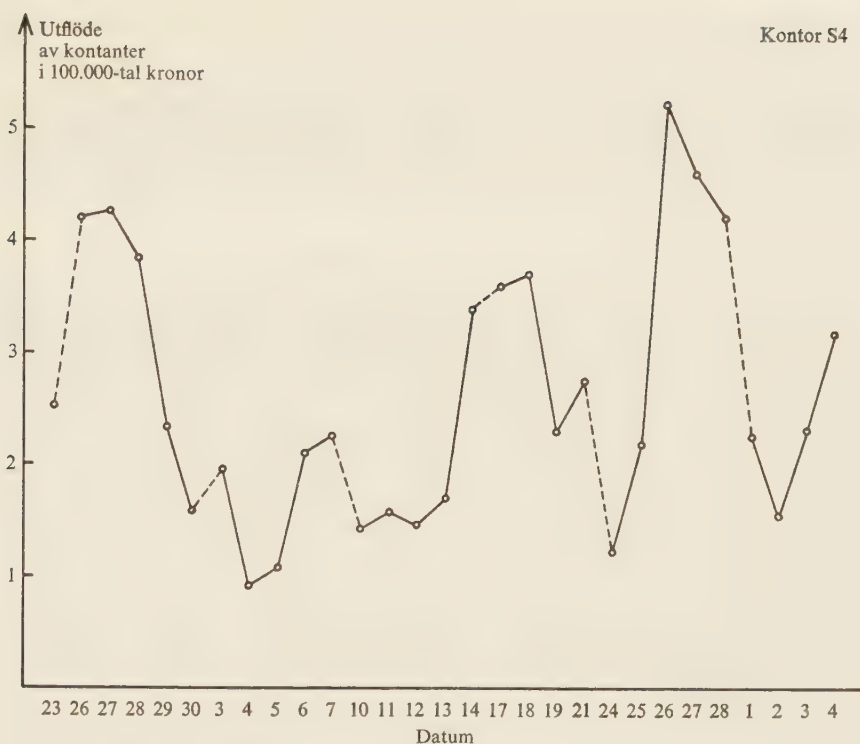


Fig. 9.4: Utflyde av kontanter i bank S4 under tiden april—juni 1971.

Tänkbara tekniker i detta sammanhang är:

1. trigonometriska funktioner
2. trendbestämning med hjälp av löpande medeltal
3. "Automatic Construction of Linear Stochastic Dynamic Models for Stationary Processes with Random Disturbances Using Operating Records."
4. multipel regression.

Vi kommer i följande avsnitt att utvärdera ovanstående metoder.

9.5.2.1 Trigonometriska funktioner

Eftersom vi har cykliska variationer i materialet ligger det nära till hands att tänka sig någon form av trigonometrisk funktion åtminstone som en del av modellen.

"When the process to be forecast is periodic, it is appropriate to describe it in terms of sines and cosines."

(Brown, 1963, p. 66)

"Trigonometric models should be used only where there is a known underlying cause that gives rise to a periodic phenomenon. At the present state of the art, it is necessary to know how many observations there are per cycle in order to estimate values for the coefficients."

(ibid., p. 74)

De svårigheter som möter vid användandet av ovanstående metod är att korrigera för:

1. olika långa månader
2. extraordinära dagar.

Den modell som eftersträvas skall behandla varierande cykellängder och extraordinära dagar, som infaller med icke ekvidistanta tidsintervall. Då ovanstående modell inte beaktar dessa aspekter är den mindre lämplig i detta fall.

9.5.2.2 *Trendbestämning med hjälp av löpande medeltal*

Vid denna typ av trendbestämning¹ kan man arbeta med antingen multiplikativa eller additiva modeller. I ekonomiska sammanhang är de multiplikativa modellerna vanliga. Det är inget problem att det finns överlappande variationsorsaker såsom veckovariation och månadsvariation. Däremot är det problematiskt att vissa helger alltid infaller viss veckodag, det kan i sådana fall bli svårt att skilja på dagseffekt och inverkan av helgen. Detta är dock lösbart genom ett iterativt förfarande. Eftersom vi i vårt material har många variabler kommer denna metod att bli mycket arbetsam.

Vi får inte något mått på i vilken utsträckning de olika variablerna förklarar den totala variationen. Om vi jämför denna teknik med en snarliknande, multipel regression, finner vi att den viktigaste skillnaden i resultat är att man vid beräkningar av multipel regression utgår från medeltalet över hela perioden i stället för löpande medeltal. Multipel regression har fördelarna att

- vi får ett mått på i vilken utsträckning den ursprungliga variationen i den beroende variabeln förklaras av vår modell.
- vi får ett mått på förklaringsvärdet hos var och en av de oberoende variablerna.
- metoden är analytisk och vi slipper ett tidsödande iterativt förfarande.
- det finns färdiga datamaskinprogram.

I valet mellan multipel regression och någon form av löpande medeltal väljer vi med stöd av ovanstående argument multipel regression.

9.5.2.3 *"Automatic Construction of Linear Stochastic Dynamic Models for Stationary Processes with Random Disturbances Using Operating Records"*

Bohlin och Wensmark redogör i en rapport till IBM Nordic Laboratory för en metod att styra industriella processer där output är beroende av en mängd samverkande inputsignaler. Som exempel på ett sådant system brukar ångpannor nämnas. Fördelen med detta system jämfört med multipel regression är att man i detta sammanhang också kan ta hänsyn till kvardröjande effekter. Kvardröjande effekter kan tänkas uppkomma. Om vi t. ex. får en stark uppgång en pensionsutbetalningsdag, så skulle denna effekt dröja kvar så att även nästa dag hade ett övernormalt kundantal beroende på föregående dags pensionsutbetalning. Det finns anledning att antaga att sådana effekter finns i vårt material. Vi gjorde några försök att använda modellen för prognos sommaren 1969. Dessa gav ett förhållandevis bra resultat men krävde i gengäld en mycket stor datamängd, eftersom många funktioner skulle bestämmas. Vid diskussioner vid ett seminarium i Lerum,

¹ Finns behandlad i Jacobsen, 1967, p. 60.

underströk professor John U. Farley nackdelen med att använda metoden beroende på den stora informationsmängd som erfordrades. Farley menade att den "lag"-effekt, som fanns vid denna typ av serier, var antingen så svag att den var betydelselös eller så klart påvisbar och lättbestämd att hänsyn kunde tas till den med betydligt enklare metoder. Farley förordade multipel regression och hävdade att denna teknik gett gott resultat då man prognosticerat liknande material i USA.

9.5.2.4 *Multipel regression*

De undersökningar och resultat vi hade 1969 tydde på att den kraftfullaste och effektivaste tekniken skulle vara multipel regression. 1971 fanns en artikel i Harvard Business Review där samma resultat framskymtar. Ur artikeln "How to get a better forecast, Regression analysis can predict more accurately than less scientific methods can" är följande citat hämtade.

"While statistically based forecasts cannot, of course, eliminate uncertainty about the future, the quality of forecasts can be dramatically improved by mathematical analysis of the trends and relationships that have prevailed in the past."

(Parker and Segura, 1971, p. 99)

"A subjective, 'seat of the pants' approach could be that of a group of experienced sales executives who meet to offer their estimates of next year's volume. The sales vice president gathers a consensus from their collective judgment and combines it with his own to arrive at a forecast.

Although such unscientific forecasts frequently turn out to be inaccurate, many seasoned managers continue to use them because they are unable to identify or explain the exact relationships of the external factors which they believe influence their operations, even if they can identify the factors themselves. In the absence of systematic definition and testing, they substitute conjecture for real analysis."

(ibid., p. 100)

Även Brown (1963, p. 161) förordar denna teknik under förutsättning att de oberoende variablerna kan förutsägas på ett effektivt sätt. I vårt fall är detta krav väl uppfyllt.

"Let's assume that the data can be represented by the model $x(t) = a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + \dots + a_n f_n(t) + \epsilon(t)$... where $f_i(t)$ are any known functions of time, mathematical or empirical."

(Brown, 1963, p. 161)

Angående den fortsatta analysen av vilken typ av multipel regression som skall användas, hänvisas till kap. 7 då diskussionen sammanfaller på denna punkt.

9.5.2.5 *"Dummy variables"*

Våra oberoende variabler är till stor del kvalitativa såsom veckodagar och helger. Dessa kan vi omvandla till kvantitativa genom att tilldela variabeln värdet 1 när den aktuella dagen inträffar och i övrigt låta den ha värdet 0. Dessa 0—1 variabler kallas "dummy variables". Frågan är nu om detta påverkar vår multipla regression. Johnston behandlar multipel regression mycket ingående och han skriver:

"The above relations contain dummy variables and conventional quantitative variables on the right-hand side. It is also quite feasible to have nothing but dummy variables on the right-hand side."

(Johnston, 1963, p. 223)

9.5.3 Adaption

Rent intuitivt känner man att en prognos inte kan gälla alltför långt in i framtiden. Man behöver inte analysera den i någon större utsträckning för att konstatera, att den bygger på att allting är oförändrat och stabilt. I ordet oförändrad lägger vi då att den förändring som sker, följer de linjer den har börjat att följa. Vi vet också att så kallade kritiska händelser, dvs. händelser utanför mönstret i ett slag kan förstöra våra prognoser. Det gäller alltså att kontinuerligt följa upp dessa och att göra om dem, ifall någon typ av kritisk händelse har inträffat. När en sådan upprättning av en prognos sker, använder man de sist tillkomna data för att bestämma en ny sådan. Generellt kan man påstå att data minskar i värde ju äldre de är. En teknik där detta ytterligt starkt framträder är exponentiell utjämning, där prognosen ändras successivt för varje enskild observation och där också i samma takt den äldre informationen borttages. Brown föreslår två sätt att genomföra detta på.

"Therefore we want to develop a simple iterative procedure for revising the estimate of the coefficient values with each new observation, and the revision should in some way discount information obtained a long time in the past. One approach would be to use only the most recent N observations as the basis for the estimation of the coefficient value, as in a moving average. Another approach, taking a cue from exponential smoothing, is discounting the data gradually in time."

(Brown, 1963, p. 161)

Vårt material har svängningar över året. Detta innebär att vissa händelser, t. ex. jul och påsk, endast inträffar en gång per period. Detta talar mot en successiv nedtrappning av informationsvärdet över tiden inom året eftersom svängningarna sker inom denna period. Däremot är det fullt möjligt att en nedtrappning mellan olika år kan ge ett gott resultat. Vid val mellan nedtrappning eller borttagande av det äldsta materialet finns anledning att överväga båda. Först en längre tids experimenterande kan ge definitivt svar på frågan om vilken metod som är effektivast. Dock bör den senare metoden kunna förordas av två skäl.

1. Det finns stora möjligheter att kraftiga förändringar sker över så lång tid som ett år. Är mönstret helt förändrat är det ointressant att kvarhålla och ta hänsyn till äldre information.
2. Metoden är enklare att tillämpa eftersom antalet data blir färre och räknearbetet kompliceras inte av vikterna på olika år.

Eftersom vi inte i någon sparbank haft tillgång till så stort datamaterial som krävs för test av metoderna, har vi av ovanstående skäl valt att tills vidare använda metoden att efterhand avlägsna äldre information.

9.5.4 Kontroll av datainsamlingen

Det kan förefalla tämligen enkelt att samla in uppgifter om antal transaktioner och utflödet av kontanter per dag och kontor. Antalet transaktioner finns registrerat i varje kassamaskin och det är således endast att summera dessa per dag. Utflödet per dag och kontor erhålles från kassarapporterna där kassören anger startkassa, inleveranser, utleveranser och slutkassa. De försök vi gjort på pilotbankerna visar emellertid, att felfrekvensen trots intensiv information, muntlig såväl som skriftlig, är relativt hög.

"Small errors in the data will be very hard to find, but on the other hand, they usually don't make too much difference. Larger errors can be detected."

(Brown, 1963, p. 32)

"The accountants have had their LIFO and FIFO inventory valuation systems for a long time, but GIGO is a new acronym. Translated, it stands for Garbage In, Garbage Out."

(ibid., p. 23)

För att undvika "GIGO" är vi således nödsakade att komma tillrätta med de större felen. Vi tänker oss då olika förfaringssätt som skall tillämpas parallellt:

1. upprättande av blanketter och system för datainsamlingen
2. noggrann information och träning av den personal som skall handha insamlingsrutinen på banken
3. en kontrollerande funktion på banken som dels gör rimlighetskontroller dels mera noggranna stickprovskontroller.

Större felaktigheter kan upptäckas genom att de inte följer det mönster som banken i övrigt uppvisar. Dessa felaktigheter upptäcks tyvärr oftast inte förrän prognosen är gjord, varför dessa fel speciellt bör undvikas därav kontroll enligt punkt 3 ovan. Det är möjligt att efter upptäckt av sådana fel rätta och köra om prognosen. Detta är dock tidskrävande genom att materialet först måste returneras till banken för rättning och därefter skall rättning på datafilen verkställas innan ny prognos kan beräknas.

9.5.5 Beslutsfattarens roll som tolkare av prognosen

Flera författare framhåller beslutsfattarens roll i prognossammanhang liksom behovet att göra prognosen adaptiv.

"Forecasting, however, remains an imprecise art; clearly, subjectivity and good judgment will continue to play a crucial role in it. This element must remain as long as the future refuses to replicate the past in both substance and detail."

(Parker and Segura, 1971, p. 109)

"Since we all recognize that assumptions of 'stationarity' (i.e., of projecting the past into the future) may be correct for the short run but certainly do not hold in the long run, it is essential that the system be designed to be *adaptive* in its control. That is to say, the system must be capable of changing its mode of operation as well as the decision rules themselves, according to an ever-changing environment."

(Elmaghraby, 1966, p. 463)

"The forecast is an estimate of what future observations will be *if the underlying process continues as it has in the recent past*. Whenever a responsible manager knows of some factor that will change the underlying process, he can and should modify the forecast accordingly. The results of the computations on past data give him a point of departure from which to predict changes. Note that since the forecast procedure is formal and objective, one knows exactly what has been taken into account and what has not."

(Brown, 1963, p. 4)

Vi anser det nödvändigt, att beslutsfattaren vid sin planering tar hänsyn till sådana faktorer som inte finns med i prognosen. Vidare måste någon form av rutin hjälpa beslutsfattaren att upptäcka förändringar av icke reversibel karaktär. Hur denna fråga lösts återkommer vi till i kapitel 11.

9.5.6 Var står sparbankerna idag när det gäller prognosverksamhet?

I de sparbanker vi undersökt, har man inte haft någon som helst form av formell prognos utan helt litat på kassörernas förmåga att via sin erfarenhet bedöma den förväntade kundtillströmningen och det förväntade kassabehovet. Vid intervjuer med kassörerna har dessa själva ansett att de har små möjligheter att på förhand bedöma kassakrav och kundtillströmning. Det har också från samtliga kontors sida uttalats önskemål om en prognos. Som ett led i att tillfredsställa denna önskan har man på tekniska avdelningen i Svenska Sparbanksföreningen (ett centralt rationaliseringsorgan) utvecklat en prognosteknik men denna har än så länge inte använts i praktiken.

Metoden tillgår sålunda.

1. Antal transaktioner per vecka skattas, med hjälp av den erfarenhet prognosmakaren har, eventuellt med hjälp av personal i kassatjänst.
2. Långtidsprognosen bestäms genom att totala antalet transaktioner för de senaste fem åren ritas in i ett diagram och att man från dessa extrapolerar antalet transaktioner för nästkommande femårsperiod med en rät linje. Ökningen läggs sedan på veckogissningen som en procentuell ökning per år.
3. Månadsvariationen beräknas över ett år och läggs på veckovariationen som ett procentuellt påslag.
4. Multiplikativa koefficienter beräknas för hel- och halvmånadsskiftet.
5. Fördelningen per dag beräknas som en procentuell fördelning av antal transaktioner för en normalvecka. Fördelningen har erhållits som ett medelvärde av normalveckor under ett år.

Uppgifterna ovan är hämtade från AR-71-Rationaliseringsprogram för sparbanker, Svenska Sparbanksföreningen, tekniska avdelningen. Kompletterande uppgifter har erhållits av konsulent Thomas Södergren, tekniska avdelningen.

"While use of regression still remains outside the normal corporate forecasting process, it has come into increasing usage by many large companies in recent years. They are generally those that have made the greatest strides in using the computer as a management tool, rather than merely as an accounting device."

(Parker and Segura, 1971, p. 100)

Det är vår övertygelse att regressionsmetoden skall visa sig överlägsen de metoder som idag används i sparbankerna. Några direkta jämförelser av resultaten har vi tyvärr icke varit i stånd att göra, då de nuvarande metoderna inte är så explicit uttryckta att direkta jämförelser av förklaringsprocent och liknande är möjliga att åstadkomma.

9.6 Prognosförsök

De tidigare resonemang som förts, liksom testet på förklaringsvärde tyder på att registrering av variablerna $\tilde{u}_i$ och t_i och en prognos av dessa är en nödvändig del av den historiska processen.

För att undersöka hur goda sådana prognoser kan göras, har vi samlat in data från de undersökta bankerna. Som vi tidigare konstaterat bör minst ett års material finnas som bas för en god prognos. Vi har material från en så lång tidsperiod endast för kontor D1, varför vi använder detta kontor för prognosförsöket.

De tidsvariabler som valts är av samma typ som använts för att förklara tidsvariationerna i parametrarna i kapitel 7. Det urval som gjorts här baserar sig på samma överväganden som i det tidigare fallet. Den lista över använda tidsvariabler vi ger i bilaga 4 är resultatet av flera prov åtföljda av analyser av resultatet.

I de följande två avsnitten ger vi resultaten av försöket att prognosticera $\tilde{u}_i$ respektive t_i med hjälp av den modell vi valde i förra avsnittet.

Som grund för de båda prognoserna låg uppgifter från 261 konsekutiva bank-dagar dvs. något över ett år.

9.6.1 Kontantutflödet

Av den totala variationen i materialet förklarades 71.3 % med hjälp av de använda tidsvariablerna. Ett bättre resultat är knappast rimligt att vänta med tanke på de många orsaker till slumpvariation i $\tilde{u}_i$ som finns.

På ett material som sträckte sig från den 5/8 1970 till den 28/9 1971 beräknades en prognos för tiden 710929—720930.

Vi har erhållit utfallet under denna tid fram till och med den 30/11 1971. Tyvärr uppstod fel i datainsamlingen på kontoret under oktober varför vi här endast kan redovisa novemberresultatet. Detta gäller även prognosen för t_i .

Vi har tidigare sagt att system måste vara adaptiva. En utförligare diskussion angående detta finns i avsnitt 11.3.1. Här har kontrollen utformats så att förutom prognosvärdena anges detta värde $\pm$ en standardavvikelse. Detta har vi kallat undre och övre gränserna. Om nu utfallet fylls i blanketten dag för dag, så kommer vi att upptäcka om prognosen är felaktig genom att alltför många observationer faller utanför gränserna. Residualen skall vara approximativt normalfördelad med medelvärde 0. Vi förväntar oss att 32 % av observationerna skall avvika mer än en standardavvikelse från prognosvärdet. Är antalet observationer utanför gränserna större än förväntat skall en ny bearbetning göras. En utförligare diskussion angående regler för när prognosen skall omarbetas finns i kapitel 11. t_i behandlas på samma sätt som $\tilde{u}_i$.

Vi ser i tabell 9.2 att av 22 värden föll 2 utanför gränserna. Det förväntade antalet är 3—4.

9.6.2 Antal transaktioner

Denna prognos gav ett väsentligt bättre resultat än föregående. 93.1 % av den totala variationen förklarades av tidsvariablerna. Samma tid som $\tilde{u}_i$ beräknats på har använts också för t_i . Framskrivning och utfall redovisas i tabell 9.3. Av tabellen framgår att 5 observationer fallit ovanför övre gränsen mot förväntade 3.5. Sannolikheten att slumpen åstadkommit ett så stort antal över övre gränsen är mer än 10 % och ser vi på antalet både under och över gränserna har vi 7 utanför mot förväntat 7. Vi har alltså ingen anledning att på denna grundval förkasta prognosen.

KONTANTFLÖDET					

AVRÄKNINGSTID: 711 922 - 711 930					
BANKIDRAG: 10000					
KONTOSNUMMER: 17					
KATU#	UTFALL	UTGÅENDE CHANG	UTFALL	INOMÅN VÄRDE	UTFALL
					CHANG
711101		43900		18142	260900
711102		-23000	73901	78200	166200
711103		-17000		49700	137200
711104		-1100		34200	179700
711105		64900	174168	19200	263700
711106		-25000		61900	182600
711107		-17800	32971	49700	157300
711108		-16100	48619	63400	151000
711109		-3100		60200	173700
711110		52700		140200	267700
711111		-14000		41900	149600
711112		-17000	45333	4700	157200
711113		-16100		83400	153900
711114		-3300		86200	173700
711115		62700		182000	267700
711116		-11400		56300	141800
711117		-23000	63895	84200	141700
711118		-24600		57400	142400
711119		14700		118700	2116200
711120				624510	582200
711121		153700		44100	528600
711122		76700		175200	462700

288 250

593 761

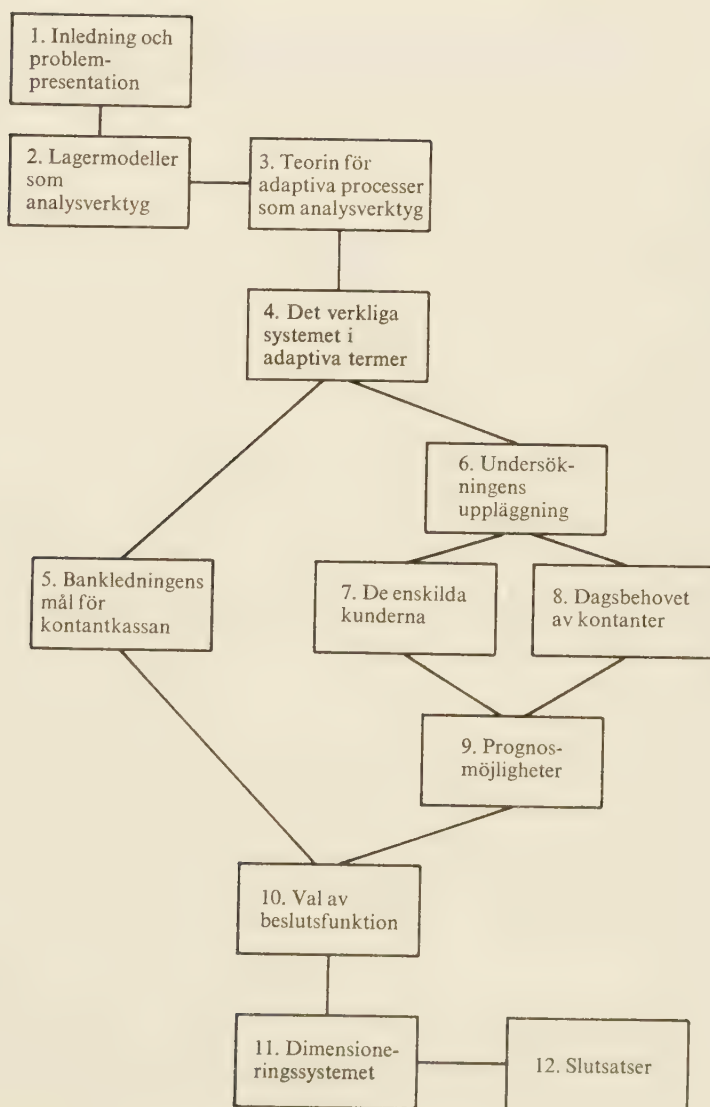
PROGNOSEN FÖRKLARAR 71113 8 AV DEN TOTALA VARIATIONEN I UTGANGSMATERIAL ET.

Tabell 9 2: Prognos av kontantutflöde

9.7 Sammanfattning av kapitel 9

I första delen av kapitlet konstaterades att variablerna $\tilde{u}_i$ och t_i gav det största förklaringsvärdet för variationerna i $\check{\zeta}_i^{0,02}$. Vid val av prognosteknik visade det sig att multipel regression i detta fall var att föredraga framför andra tekniker. De prognosförsök som genomfördes för $\tilde{u}_i$ och t_i gav bra resultat. Förklaringsprocenten var 71.3 respektive 93.1. Vi har nu samlat information som gör det möjligt att välja beslutsfunktion, vilket behandlas i nästa kapitel.

10. Val av beslutsfunktion



10.1 Summering av resultaten i tidigare kapitel

Nu skall den information vi hittills samlat användas för val av beslutsfunktion. Denna beskrivs i kapitel 3 som

$$d_{i+1} = D(s_{i, N_i}, h_i, v_i).$$

Beslutet om d_{i+1} kan ses som ett tvåstegsbeslut, där man först bestämmer önskvärd ingångsstatus och därefter korregerar för det aktuella tillståndet.

Vi kan beskriva detta sålunda

$$d_{i+1}' = D'(h_i, v_i) \quad (1)$$

$$d_{i+1} = d_{i+1}' - s_{i, N_i} \quad (2)$$

Vid bestämmandet av d_{i+1}' kan följande resultat från vår studie eventuellt påverka valet av beslutsregel.

- I avsnitt 8.4.2 finner vi att kvoten mellan $\tilde{u}_i$ och ξ_i ligger över 0.9 utom i början på månaderna.
- $\tilde{u}_i$ och t_i visade sig förklara en stor del av variationen i $\xi_i^{0.02}$ vid de regressionsanalyser som redovisas i avsnitt 9.4.3.
- Möjligheterna att förutsäga N_i är begränsade beroende på att en adaptiv uppföljning är svår att åstadkomma.
- Det är möjligt att framställa prognoser med gott förklaringsvärde för $\tilde{u}_i$ och t_i . Dessa kan tämligen enkelt integreras med ett adaptivt förfarande för uppföljning. (9.5.3, 9.6.1 och 9.6.2)
- ξ_i är approximativt normalfördelad. Detta resultat redovisas i kapitel 8.
- Enligt centrala gränsvärdessatsen är $\tilde{u}_i$ approximativt normalfördelad då N_i är någorlunda stort (> 30).
- I avsnitt 7.6.1 fann vi att N_i^+ och N_i^- med gott resultat kunde förklaras med tidsvariabler.
- Variablerna N_i^+ , N_i^- , S_i^+ , S_i^- , X_i^+ och X_i^- förklarade olika mycket av variationen i $\xi_i^{0.02}$; t. ex. förklarar N_i^- i genomsnitt 31 % medan S_i^+ endast förklarar 3 %.
- Kvoten mellan t_i och N_i kunde endast förklaras till 62 % av tidsvariabler.

10.2 Vilka beslutsregler är tänkbara?

För att det skall bli lättare för läsaren att se sambanden och skillnaderna mellan de olika modellerna frångår vi här den kronologiska ordningen och presenterar modellerna efter approximationsgrad så att den exaktaste presenteras först.

Vi beslöt på ett tidigt stadium av lagerstudien att kontakta matematisk-statistiska institutionen. Denna kontakt resulterade som tidigare nämnts i en artikel om dimensionering av bankkassor författad av Anderson och Thorburn (1971).

Eftersom denna undersökning resulterade i flera tänkbara beslutsregler kommenterar vi denna artikel innan vi presenterar de olika beslutsreglerna. Anderson och Thorburn redovisar fem modeller:

- exakt lösning
- simulering
- approximation med diskreta transaktioner
- wienerprocessen
- centrala gränsvärdessatsen.

Tre av dessa tekniker hade vi tidigare diskuterat, nämligen exakt lösning, simulering och centrala gränsvärdessatsen. Däremot är två av approximationsteknikerna icke behandlade i den litteratur vi gått igenom. När det gäller den exakta modellen har Anderson och Thorburn kommit till samma resultat som vi, nämligen att tekniken är alltför komplicerad. Därför behandlas denna inte vidare. Den exakta lösning Anderson och Thorburn diskuterar har behandlats av Spitzer.

"Vi antar, där ej annat utsäges, att ett fixt antal kunder, säg n stycken, ankommer under dagen. Varje kund gör en insättning eller ett uttag. Transaktionerna, som vi kallar $X_1, X_2, \dots, X_n$, förutsätts vara oberoende, lika fördelade stokastiska variabler med fördelningsfunktionen $F(x)$. Vid insättning räknas X_i positivt.

Kassan genomlöper under dagen en slumpvandring, som startar med det belopp ($=a$) som finns på morgonen. Efter k kunder har kassan ändrats med beloppet $S_k = \sum_{i=1}^k X_i$ och uppgår till $a + S_k$. Kassan tillåts alltså innehålla även negativa belopp.

Vi vill nu välja a så att sannolikheten, att kassan någon gång under dagens lopp blir negativ eller noll, är lika med a (t. ex. 1%). Vi får

$$P(a + \min_{k \leq n} S_k \leq 0) = P(\min_{k \leq n} S_k \leq -a) = a.$$

Lösningen ges alltså av fördelningen för $\min_{k \leq n} S_k$. Sätt $G(x) = P(\min_{k \leq n} S_k \leq x)$.

Det medför att $a = -G_a$, där G_a är lösningen till ekvationen $G(G_a) = a$.

Spitzer (1) har med kombinatorik behandlat problemet att finna $G(x)$. Karaktäristiska funktionen för $G(x)$ ges som koefficienten till r^n i serieutvecklingen av $\exp(\sum_{k=1}^n (r^k/k) E(\exp it S_k^-))$, där $S_k^- = \min(0, S_k)$. Utom möjligen för helt små n är det omöjligt att lösa ut denna koefficienten,..." (Anderson och Thorburn, 1971, p. 2)

De beslutsregler vi kommer att behandla baserar sig på:

- simuleringsmodellen
- approximation med diskreta transaktioner
- dammodell med fixt utflöde och stokastiskt inflöde
- wienerprocessen
- optimal lagernivå med fixt inflöde och stokastiskt utflöde (centrala gränsvärdessatsen)
- tumregler.

Ovanstående beslutsregler skall behandlas ur olika aspekter nämligen:

- approximationsgrad
- prognosmöjligheter
- ekonomi,

I samband med att approximationsgraden diskuteras, beskriver vi modellerna i avsnitt 10.3. Prognosmöjligheter diskuteras i 10.4 och ekonomiska aspekter i 10.5. I 10.6 diskuteras det slutgiltiga valet med hänsyn till ovanstående.

10.3 Modellernas approximationsgrad

Den exakta modellen har redan avfärdats beroende på dess svårhanterbarhet.

10.3.1 Simuleringsmodellen

Denna finns utförligt behandlad i kapitel 8. I detta sammanhang summeras endast de väsentligaste punkterna.

Förfarandet bygger på att fördelningarna för in- och utflödet bestäms. I de kontor vi undersökt visade sig dessa vara approximativt lognormalfördelade.

Från dessa fördelningar hämtas olika belopp $(u_{i,j})$ som ordnas slumpmässigt.

Därefter summeras beloppen och $\min_k \sum_{j=1}^k u_{i,j}$ sökes. Denna procedur upprepas i vårt exempel 200 gånger.

Dessa tal blir approximativt normalfördelade enligt centrala gränsvärdessatsen om k är någorlunda stort. I avsnitt 8.2.2 visas att 200 simuleringar i allmänhet gav $\xi_{i,0.02}^{0.02}$ med 95 % säkerhet om ett fel på ± 5 % accepteras.

Eftersom antalet simuleringar kan göras godtyckligt stort så kan modellen ge en obegränsad stor noggrannhet under förutsättning att in- och utfördelningarna är riktiga. Vidare tas hänsyn till både ett stokastiskt inflöde och ett stokastiskt utflöde.

Modellen är uppbyggd för en frontkassa. Vårt problem är att dimensionera hela kontoret. Anledning till detta är, som tidigare nämnts, att om en kassa stänger, kommer belastningen på denna att överflyttas till de andra. Det är då naturligt att fördela den stängda kassans kontanter på de övriga. Antal öppna enheter bestäms av expediteschefen.

Behovet av kontanter per kassa blir alltså beroende av hur han handlar. Vi har funnit det lämpligt att integrera besluten så, att huvudkassören med ledning av antal öppna kassor avgör hur stor procent av föreslagen, total kontorskassa som de olika enheterna skall ha. Detta har dessutom den fördelen att huvudkassören har möjlighet att ta hänsyn till olika belastningar i olika kassor med hänsyn till läge i lokalen och vilka av de andra som är öppna.

I och med att uppdelningen per kassa frångåtts kan säkerhetsnivån per enhet inte längre exakt bestämmas. Istället utgår vi från ett normalfall som beräknas utifrån en prognos för antal öppna kassor. Denna prognos kan vara mer eller mindre noggrann. I ett första skede kan ett medelvärde för antal kunder per enhet användas så att N_i divideras med detta medeltal och antal kassor beräknas. Detta förfarande kan sedan förfinas efterhand så att prognos beräknas för grupper av kassor exempelvis dag- och kvällskassor.

Hur stor säkerhet har vi nu på hela kontoret om vi känner parametervärdena för dagen ifråga? Eftersom beräkningarna bygger på en säkerhetsnivå som är relaterad till kassan kommer den nivå vi bestämmer att hänföra sig till respektive enhet. Säkerhetsnivån på hela kontoret kan beräknas som

P (kontorets kassa inte skall ta slut) $= 1 - P^x$ (en kassa tar slut)
där x = antal kassor,

om vi förutsätter att kassorna är oberoende av varandra. Detta antagande stämmer inte särskilt bra med verkligheten utan istället är kassorna samtidigt utsatta för större påfrestningar om prognosvärdet är felaktigt. Detta betyder att den enskilda kassans säkerhetsnivå är något lägre än hela kontorets. Storleksordningen på prognosfelet är sådant, att skillnaden mellan säkerhetsnivån i en enskild kassa och hela kontorets oftast kan negligeras.

10.3.2 Approximation med diskreta transaktioner

Metoden bygger på att transaktionsfördelningen approximeras med en diskret fördelning. Eftersom denna approximation kan göras obegränsat noggrann kan också resultaten beräknas med obegränsad noggrannhet. Anderson och Thorburn anser att även ett litet antal möjliga transaktioner ger god noggrannhet.

Om vi låter

n = antalet transaktioner, som är kvar till dagens slut, kan metoden enligt Anderson och Thorburn (1971, p. 3) beskrivas sålunda

"Låt oss förutsätta att kunderna enbart tar ut och sätter in vissa givna belopp, $0, \pm b, \pm 2b, \dots, \pm rb$ med givna sannolikheter, dvs. att transaktionsfördelningen är $q(i) = P(X = i \cdot b)$, $i = -r, \dots, -1, 0, 1, \dots, r$.

Genom lämpligt val av r och b kan varje fördelning approximeras på detta sätt. Vi skall visa att det då är möjligt att exakt beräkna fördelningen för minimum genom att successivt lösa en linjär ekvation. För enkelhets skull väljer vi $b = 1$, dvs. vi tar b som penningenheter. Sätt $p(k, x) = P$ (kassan blir tom efter högst k kunder om den innehåller x från början). Betraktar man övergången mellan transaktion n och den föregående transaktionen $n-1$ får man

$$p(n, x) = \sum_i q(i) p(n-1, x+i) \quad n=1, 2, \dots \quad (1)$$

Randvillkoren är $p(0, x) = 0$ för $x > 0$ och $p(n, x) = 1$ för $x \leq 0$ och $n \geq 0$.

Med de givna randvillkoren kan nu $p(n, x)$ successivt beräknas, först för $n=1$, sedan för $n=2$ osv. Beräkningarna utföres lämpligen på dator. Man inser att $p(n, x)$ också är fördelningsfunktionen för $-\min_{k \leq n} (S_k, 0)$.

Om antalet kunder under dagen, n , är stokastiskt med sannolikhetsfunktionen $P(n=i) = h(i)$ får vi

$$P(\text{kassan ruineras om den från början innehåller } x) = \sum_i h(i) p(i, x)."$$

10.3.3 Dammodell med fixt utflöde och stokastiskt inflöde

Denna modell ger oss den exakta sannolikheten att kassan skall gå tom efter T kunder om startkassan är L_0 . Det förutsättes då att fördelningen för inflödet $P_j = P(x_t = j)$ är känd och att utflödet är en enhet per kund. Beräkningarna utföres enligt formeln (se 2.6.3).

$$P(L_0, T) = \frac{L_0}{T} \left[\left(\frac{d}{d\theta} \right)^{T-L_0} F^T(\theta) \right]_{\theta=0} / (T-L_0)!$$

Ifråga om inflödet kommer modellens noggrannhet endast att bero på noggrannheten i bestämningen av fördelningen. Utflödet är en enhet per transaktion. Anpassat till en bankkassa innebär detta att enheten sättes lika med $\tilde{u}_i/N_i$. Denna

approximation är lämplig om inflödet är stort i förhållande till utflödet. I vår undersökning har vi inte funnit att så varit fallet. Med denna bakgrund bedömer vi approximationen som icke godtagbar och finner därmed ingen anledning att vidare behandla denna modell.

10.3.4 Wienerprocessen

Anderson och Thorburn visar att man med hjälp av formeln

$$\Phi\left(\frac{-a-m\,n}{\sigma\sqrt{n}}\right)+\Phi\left(\frac{-a+m\,n}{\sigma\sqrt{n}}\right)\exp\left(-2\,am/\sigma^2\right)$$

där

- a = startkassan
- m = transaktionernas medelvärde
- n = antalet transaktioner
- σ = transaktionernas standardavvikelse

då n är stort (> 100) och $\frac{E(x-m)^3}{\sigma^3\sqrt{n}} > -0.3$

kan beräkna sannolikheten för att kassan går tom under dagen. Approximationsfelet är i allmänhet mindre än 5 % i skattningen av 1 %- och 5 %- percentilerna i kassakravet om

$$\frac{E(x-m)^3}{\sigma^3\sqrt{n}} > -0.3.$$

För att utröna om denna förutsättning var uppfylld beräknade vi denna storhet för kontoren S2, S3, S4, D3 och D4. Resultaten redovisas i tabell 10.1.

Tabell 10.1: Lägsta värde som uppmäts för $\frac{E(x-m)^3}{\sigma^3\sqrt{n}}$ under respektive undersökningsperiod.

Kontor	$\frac{E(x-m)^3}{\sigma^3\sqrt{n}}$
D3	-0.0067
D4	-0.0079
S2	-0.0033
S3	-0.0013
S4	-0.0025

Kravet att $\frac{E(x-m)^3}{\sigma^3\sqrt{n}} > -0.3$ är väl uppfyllt, liksom kravet på n .

Vi drar därför slutsatsen att wienerprocessen i vårt fall är en god approximation.

10.3.5 Optimal lagernivå med fixt inflöde och stokastiskt utflöde. (Centrala gränsvärdessatsen).

I avsnitt 2.4 visades att optimal lagernivå kunde erhållas med hjälp av formeln

$$\int_{-\infty}^{L^*} f_n(E_F) dE_F = \frac{k_f}{k_i + k_f}$$

som även kan skrivas $F_n(L^*) = \frac{k_f}{k_i + k_f}$

där

L = lagernivå

L^* = optimal lagernivå

E_F = efterfrågan per bankdag

$f_n(E_F)$ = efterfrågans frekvensfunktion

k_i = räntekostnad

k_f = bristkostnad

Att optimal lagernivå och centrala gränsvärdessatsen behandlas samtidigt beror på, att applicerade på vårt exempel, kommer de att ge liknande resultat. Om bankledningen explicit uttrycker bristkostnad och räntekostnad kan ovanstående formel användas för att beräkna $\xi_i^{0.02}$ om ξ_i och $\tilde{u}_i$ överensstämmer. Om däremot bankledningen väljer att implicit väga samman bristkostnad och räntekostnad, kommer ovanstående formel att överensstämma med vad Anderson och Thorburn kallar centrala gränsvärdessatsen. Vi vill dock påpeka den teoretiskt principiella skillnaden att den förra formeln är en optimeringsformel och den senare en satisfieringsformel. Eftersom bankledningarna i de av oss undersökta kontoren valt att uttrycka säkerhetsnivån i stället för att precisera bristkostnader och räntekostnader talar vi i fortsättningen om centrala gränsvärdessatsen (CGS) (Lindgren, 1962, p. 145).

Både wienerprocessen och CGS bygger på att n är stort. När det gäller CGS finns ytterligare en begränsning nämligen att $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma}$ skall vara negativ.

Anderson och Thorburn har beräknat en tabell för skillnaderna mellan wienerprocessen och CGS med hänsyn taget till storleken på $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma}$ och vilken percentil vi vill beräkna.

För att bilda oss en uppfattning om denna begränsnings betydelse i förhållandet mellan wienerprocessen och CGS beräknade vi storheten $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma}$ för kontoren D3, D4, S2, S3 och S4. Resultaten redovisas i tabell 10.2. Om $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma} < -1.25$ så är felet i $\xi_i^{0.02}$ mindre än 5 %. Vi använder denna gräns för den fortsatta analysen.

Av tabellen framgår att $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma}$ inte någon gång är större än -1.88 på kontoren S3 och S4. I dessa två fall är CGS en för våra ändamål tillräckligt god approximation. Värdet -1.25 överskrides 20 gånger på totalt 79 för de övriga tre kontoren. Detta innebär, att förutsättningarna för CGS inte är fullständigt uppfyllda. CGS är användbar trots att $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma} > -1.25$ då kravet på kassan i så fall är litet.

Tabell 10.2: Storheten $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma}$ för de fem senast undersökta kontoren.

Datum			Kontor		Datum			Kontor		
år	mån	dag	D3	D4	år	mån	dag	S2	S3	S4
70	11	09	- 0.12	+ 0.07	71	04	23	- 6.37	- 9.71	- 7.58
70	11	10	- 0.56	- 0.44	71	04	26	- 2.47	- 8.92	- 9.44
70	11	11	- 1.09	- 0.02	71	04	27	- 3.84	- 10.69	- 13.89
70	11	12	- 0.42	- 2.51	71	04	28	- 1.35	- 8.63	- 12.42
70	11	13	- 4.38	- 0.61	71	04	29	- 2.96	- 10.57	- 6.17
70	11	16	- 2.71	- 1.12	71	04	30	- 1.89	- 5.08	- 1.88
70	11	17	- 1.69	- 3.34	71	05	03	+ 0.66	- 3.34	- 2.83
70	11	18	- 1.27	- 0.46	71	05	04	- 2.53	- 3.97	- 5.14
70	11	19	- 4.86	- 5.15	71	05	05	- 3.04	- 4.96	- 3.48
70	11	20	- 3.28	- 1.54	71	05	06	- 5.19	- 10.42	- 8.36
70	11	23	- 1.14	- 0.86	71	05	07	- 3.33	- 10.54	- 7.51
70	11	24	- 5.91	- 0.02	71	05	10	- 3.04	- 5.01	- 3.21
70	11	25	- 4.33	- 1.65	71	05	11	- 5.16	- 4.16	- 4.87
70	11	26	- 4.32	- 5.01	71	05	12	- 1.41	- 7.76	- 7.64
70	11	27	- 15.90	- 7.81	71	05	13	- 1.01	- 8.69	- 7.30
70	11	30	- 4.99	- 4.36	71	05	14	- 6.32	- 8.60	- 9.12
70	12	01	- 6.46	- 5.81	71	05	17	- 2.66	- 5.72	- 5.06
70	12	02	- 4.73	- 2.19	71	05	18	- 4.51	- 14.53	- 7.80
70	12	03	- 2.07	- 3.36	71	05	19	- 6.40	- 6.98	- 3.00
70	12	04	- 3.38	- 3.97	71	05	21	- 5.56	- 10.70	- 7.21
70	12	07	- 1.69	- 1.18	71	05	24	- 1.06	- 6.53	- 1.95
70	12	08	- 2.66	- 2.99	71	05	25	- 3.11	- 7.64	- 8.80
70	12	09	- 3.20	- 3.87	71	05	26	- 7.65	- 11.66	- 14.80
70	12	10	- 5.97	- 2.42	71	05	27	- 4.73	- 8.39	- 12.38
70	12	11	- 3.09	0	71	05	28	- 4.73	- 8.92	- 9.19
					71	06	01	+ 2.08	- 5.49	- 3.66
					71	06	02	- 0.24	- 5.95	- 5.25
					71	06	03	- 4.44	- 8.98	- 6.59
					71	06	04	- 6.18	- 3.37	- 7.72

I detta sammanhang vill vi kort beröra hur vi behandlat kassakrav lika med eller över 6000 svenska kronor. Tidigare har nämnts att dessa belopp fränsorterats och särskilt angetts. Denna del av kassan har vi hittills dimensionerat med hjälp av tumregler. Detta ser vi dock som ett provisorium, då det är fullt möjligt att prognosticera även denna.

Anledningen till att vi inte gjort denna prognos är, att vi prioriterat den normala kassadelen högre, eftersom denna utgör den största delen. Dessutom är fördelningen för beloppen över 6000 kronor mer kontorsspeciella än de normala transaktionerna.

Många av dessa stora uttag är kända genom förhandsbeställningar. Vidare har de bankledningar vi varit i kontakt med ansett, att en stor del av dessa transaktioner skulle kunna klaras med postväxlar. Vi återkommer till detta i kapitel 11.

Vi har hittills löst problemet så att vi studerat beloppen över 6000 svenska kronor och subjektivt bestämt en reserv, utöver vad frontkassorna krävt, för att tillgodose dessa extraordinära krav.

De fel som CGS ger i de 20 fall där den inte är helt tillämplig visade sig vid kontroll ligga väl inom ramen för ovan omtalade reserv under undersöknings-

perioden, beroende på att det i samtliga fall är fråga om små kassakrav. Av formeln $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma}$ kan vi direkt avgöra att tecknet helt avgörs av m . Om m är positivt flyter det i genomsnitt in mer pengar än ut.

Detta innebär att kravet på kassan förväntas bli litet då intransaktioner och uttransaktioner enligt de test vi gjort kan anses oberoende av varandra.

Vi har valt att studera huruvida CGS vid bestämning av $\xi_i^{0,02}$ avviker mer eller mindre än 5 % från detta värde. Om vi godtar denna noggrannhet kan vi acceptera CGS vid kontoren S3 och S4. Speciellt som enligt Anderson och Thorburn (1971, p. 5):

”Den verkliga percentilen G_a avviker därför ofta mindre både från CGS-värdet och wiener-processvärdet än vad dessa gör inbördes.”

Vad beträffar de övriga kontoren finner vi CGS vara en approximation som oftast är tillräckligt god beroende på att kassakraven är små då $\frac{m\sqrt{n}}{\sigma} > -1.25$.

10.3.6 Minsta kvadratmetoden

Det samband som visade sig förefinnas mellan $\tilde{u}_i$, t_i och $\xi_i^{0,02}$ och som redovisas i avsnitt 9.4.3 kan direkt användas för att bestämma d_{i+1}' .

På kontor S1 kunde 84.7 % av den totala variationen i $\xi_i^{0,02}$ förklaras med hjälp av variablerna $\tilde{u}_i$ och t_i . Om detta samband är stabilt över tiden kan $\xi_i^{0,02}$ skattas genom att de prognosticerade värdena för $\tilde{u}_i$ och t_i sättes in i ekvationen

$$\hat{\xi}_i^{0,02} = a_0 + a_1 \tilde{u}_i + a_2 t_i$$

där konstanterna a_0 , a_1 och a_2 bestämts med minsta kvadratmetoden. Denna metod lider av samma brister som CGS, nämligen att förhållandet mellan $\xi_i^{0,02}$ och $\tilde{u}_i$ är instabilt vid små kassakrav. Vilken roll t_i spelar är svårt att avgöra.

Vi har vid flera tillfällen noterat att sättet varpå olika transaktioner behandlas i kassarutinerna avviker mellan kontoren. Detta ger upphov till ett instabilt förhållande mellan t_i och N_i . Uppenbart är att på kontor, där t_i tidvis huvudsakligen består av interna transaktioner denna variabel dåligt kommer att förklara kassakravet.

Vi bedömer denna teknik som osäker beroende på att approximationsgraden inte kan bestämmas. För att få en uppfattning om validiteten måste denna prövas på varje kontor för sig genom praktiska experiment.

10.3.7 Tumregler

Olika typer av tumregler kan eventuellt användas. En mycket vanlig sådan är att man fastställer ett maximalt belopp som kassan högst får innehålla. Om vi låter detta maximibelopp variera så att det är lägre mitt i månaderna och högre vid månadssluten, erhålles en något mindre grov tumregel.

Om, såsom oftast är fallet, utflödet är markant större än inflödet, skall slutkassan för dagen bli liten om startkassan varit rätt dimensionerad. Om löpande statistik förs över slutkassorna, bör denna relativt snabbt ge besked om någon eller några kassörer konsekvent har för höga startkassor. Slutkassan bör ställas i relation

till utflödets storlek under dagen. Praktiska experiment ute på kontoren har enligt bankledningarna givit positiva resultat vid användning av ovanstående tumregler.

10.3.8 Sammanfattning av avsnitt 10.3

Approximationsgraden för simuleringsmodellen och diskreta transaktioner är endast beroende av antal simuleringar och antalet klasser i den diskreta approximationen, vilket sätter dessa modeller i en särklass. Dammodell med fixt utflöde och stokastiskt inflöde approximerar endast utflödet och kan därför allmänt bedömas ha en relativt dålig noggrannhet. Eftersom vårt problem i stor utsträckning koncentreras kring problemet med ett stort utflöde bedömer vi tekniken som mindre lämplig för vårt problem och behandlar den inte vidare.

Förutsättningarna för wienerapproximationen var väl uppfyllda varför denna bedöms som helt acceptabel.

CGS visade sig vara helt tillämplig på kontoren S3 och S4 och med vissa reservationer på övriga kontor.

Minsta kvadratmetodens säkerhet har inte närmare undersökts och vi avstår tills vidare från detta i hopp om att någon av metoderna med bättre säkerhet skall vara tillämplig. Vi anser dock att denna, när den för kontoret ifråga är validerad, är säkrare än de tumregler som berörs. Vi har utifrån ovan angivna undersökningar och överväganden beslutat rangordna reglerna sålunda:

1. simuleringsmodell och diskreta transaktioner
3. wienerprocessen
4. CGS
5. minsta kvadratmetoden
6. tumregler.

10.4 Prognosmöjligheter

Möjligheterna att på ett tillfredsställande sätt bedöma olika prognosers säkerhet är i stort sett begränsade till försök på de olika dataserierna. Problemet är då att vi i en del fall har mycket korta serier t. ex. av parametrarna till simuleringsmodellen och i andra fall har inga som helst försök utförts. Att så inte varit fallet beror på att våra resurser inte räckt till för att undersöka alla möjligheterna, utan vi har inriktat oss på de alternativ vi uppfattat som mest realistiska. Vi ämnar dock i detta avsnitt redogöra för de skäl som legat till grund för våra ställningstaganden.

10.4.1 Simuleringsmodellen och diskreta transaktioner

Eftersom dessa modeller ger en obegränsat stor noggrannhet anser vi det intressant att speciellt jämföra prognosmöjligheterna för dessa två modeller med varandra.

Till simuleringsmodellen behövs parametrarna N_i^+ , N_i^- , S_i^+ , S_i^- , X_i^+ och X_i^- . Den diskreta modellen bygger på att vi känner en approximativ diskret fördelning som beskriver insättningar och uttag. När det gäller prognoser för parametrarna till simuleringsmodellen, kan vi i viss mån skatta noggrannheten utifrån den regressionsanalys vi använde vid beskrivningen av dessa parametrar i kapitel 7.

10.4.1.1 Simuleringsmodellen

Analysen är upplagd så, att man kan betrakta observationerna som en kvasiserie över tiden. Om denna serie jämförs med de data vi använt för att undersöka möjligheterna att prognosticera $\tilde{u}_i$ och t_i i kapitel 9, så är de väsentligaste skillnaderna att data inte kommer från samma kontor och att de inte är sammanhängande i tiden.

Möjligheterna att förklara de olika tidsmönstren blir mindre i den mån de är olika mellan olika kontor. Vissa lokala avvikelser beroende på speciella omständigheter t. ex. att en stor industri betalar ut lön på speciella dagar har iakttagits under undersökningarna. Eftersom det inte är en egentlig tidsserie, kan förklarande tidstrender inte användas. Detta gör att man kan förvänta sig att förklaringsprocenten, den del av den totala variationen som förklaras av regressionen, för en prognos blir högre än den som erhålles vid ovan nämnda kvasiserie. De förklaringsprocent som erhöles redovisas i tabell 10.3.

Tabell 10.3: Procenten av den totala variationen i respektive variabel som förklaras av de i avsnitt 7.5.3 redovisade variablerna.

Variabel	Förklaringsprocent
N_i^+	94
N_i^-	90
S_i^+	31
S_i^-	51
X_i^+	36
X_i^-	63

Det intressanta är inte att för var och en av parametrarna bedöma hur bra en prognos kan bli utan att avgöra med vilken säkerhet $\xi_i^{0,02}$ kan skattas för en framtida period. Skattningen av $\xi_i^{0,02}$ är beroende av samvariationen mellan de olika variablerna.

Då vårt material som tidigare sagts, är alltför litet för att medge precisa slutsatser om säkerheten i förutsägelsen för framtida perioder har vi beslutat att inte vidare undersöka denna fråga. Vi nöjer oss med att konstatera att om antalet kunder ökar vid bestämd kvot mellan N_i^+ och N_i^- så kommer effekten vad konstantutflödet beträffar av den felaktiga skattningen i N_i^- att reduceras av den fel-

Tabell 10.4: De olika variablernas förklaringsprocent i de nio regressionsplanen för bestämning av 2%-percentilen.

Variabel	Regressionsplan									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\bar{x}$
1. N_i^+	17	21	19	14	34	29	21	27	18	20
2. N_i^-	33	38	55	29	35	25	19	23	23	31
3. X_i^+	13	10	3	10	4	6	30	19	21	13
4. X_i^-	7	8	7	4	7	8	4	6	7	6
5. S_i^+	1	1	1	2	3	4	3	4	8	3
6. S_i^-	21	16	11	35	12	21	17	14	15	18

aktiga skattningen i N_i^+ om felet går åt samma håll. Huruvida det finns någon samvariation utöver det gemensamma tidsberoendet, kan inte fastläggas utifrån vårt material.

Som vi ser i tabell 10.4 förklarar olika variabler olika stor del av variationen i $\xi_i^{0,02}$. Vi uttrycker beroendet i form av regressionsplan i kapitel 8. Inom varje sådant kan säkerheten i skattningen av 2 %-percentilen estimeras. De förklaringsprocent, som erhålls, då N_i^+ , N_i^- , S_i^+ , S_i^- , X_i^+ , X_i^- skattades med tidsvariablerna väges med förklaringsprocenten för motsvarande variabler vid bestämning av de 9 regressionsplanen. Vi redovisar dessa procenttal i tabell 10.5.

Tabell 10.5: Förklaringsprocent av 2 %-percentilen inom de 9 regressionsplanen för simuleringsresultat.

Regressionsplan	%
1	67
2	71
3	78
4	67
5	76
6	69
7	60
8	60
8	65
9	60

Det vi egentligen vill skatta är förklaringsprocenten för hela variationen och inte endast den inom planen. Reduktionen av den totala spridningen är större än den, som redovisas i tabell 10.5 beroende på att X_i^- och N_i^- delas upp i vardera tre grupper vid konstruktionen av de 9 planen i kapitel 8. Detta innebär att dessa variabler förklarar mer än vad som redovisas i tabell 10.3. Tidsmönstret reducerade variationen i N_i^- med 90 % och i X_i^- med 63 %. Om vi exempelvis antar att N_i^- förklarar 65 % och X_i^- 25 % så skulle enbart dessa storheter ge en reduktion med 74 %. Läger vi därefter till övriga variabler bör det inte vara orimligt att uppnå skattningar av 2 %-percentilen, som förklarar 80 %—90 % av variationerna i materialet.

Sammanfattningsvis kan vi konstatera att metoden att utgå från parametrarna N_i^+ , N_i^- , S_i^+ , S_i^- , X_i^+ och X_i^- ger oss möjlighet att bestämma 2 %-percentilen så att variationen i denna nedbringas till 10—20 % av den ursprungliga variationen.

10.4.1.2 Prognos för den diskreta fördelningen

Svårigheterna att göra prognoser till denna modell är avhängigt hur många klasser som används vid approximationen. Att bestämma antalet i varje klass kan lämpligen delas upp i ett steg där antalet kunder bestäms och ett steg där den procentuella fördelningen bestäms. En nackdel med metoden är, att det är svårare att relatera dessa procentsatser i fördelningen till verkligheten på samma exakta sätt som parametrarna. Dessa mäter direkt sådana egenskaper som är begrepp i den reella världen. Exempelvis inser man lätt att en ökning av X_i^- innebär att uttagen

i genomsnitt ökat och en minskning av S_i att spridningen mellan utbeloppen minskat. Däremot kan en ökning eller minskning av en procentsats bero på att någon av de ovan angivna parametrarna ändrats. Den information som ligger i att vi vet att in- och utfördelningarna är approximativt lognormalfördelade används inte. Man kan då befara att ett större antal parametrar behövs för att erhålla samma noggrannhet som om vi utnyttjar denna information. Ett sätt att komma runt ovan angivna problem är, att överföra fördelningen till två lognormala fördelningar och prognosticera dessa för att därefter återgå till den diskreta fördelningen igen.

Om detta förfaringssätt används, har vi dock infört samma fel som vi har när parametrarna till simuleringsmodellen skattas.

10.4.1.3 Sammanfattning av avsnitt 10.4.1

Vi rangordnar simuleringsmodellen före den diskreta metoden ur prognosticerings synpunkt för att

- den utnyttjar kunskapen att fördelningarna är approximativt lognormalfördelade.
- parametrarna är direkt förbundna med begrepp, som är kända i det verkliga systemet.

10.4.2 Wienerprocessen

Som ingångsvärde till wienerprocessen behöver vi m , $\sqrt{n}$ och σ , där

m = aritmetiskt medelvärde av beloppen under en dag för ett kontor.

n = antal kunder

σ = standardavvikelsen i beloppen.

Dessa symboler relaterar sig till de vi tidigare använt i vår beskrivningsmodell så att

$$mn = \tilde{u}_i$$

$$n = N_i$$

medan σ inte har någon motsvarighet i denna.

Vi behandlar möjligheterna att prognosticera ovan nämnda storheter i avsnitten 10.4.2.1—4 och sammanfattar resultaten i avsnitt 10.4.2.5.

10.4.2.1 Prognos för $\tilde{u}_i$

I avsnitt 9.6.1 redogörs för ett försök att prognosticera $\tilde{u}_i$ för kontor D1. Detta gav till resultat, att 71.3 % av den totala variationen förklarades. Det finns åtminstone tre möjligheter att förbättra prognosen, nämligen att

- övergå till $\tilde{u}_i$ och speciellt behandla belopp över 6 000 kronor.
- ytterligare kontrollera insamlingen av data. I de fall vi speciellt kontrollerat de av kontoren lämnade uppgifterna över $\tilde{u}_i$ har felaktigheter upptäckts. Vi har dock inte haft möjlighet att i detalj kontrollera alla dagsuppgifter av $\tilde{u}_i$.
- öka antalet observationer i dataserien.

10.4.2.2 Prognos för N_i

Vid de försök, som gjordes i kapitel 7, ingick bland annat att sambandet mellan tidsvariablerna och N_i studerades med hjälp av stegvis regression. Resultatet blev att 95 % av den totala variationen i $\log N_i$ kunde förklaras på detta sätt. Detta tyder på, att det är möjligt att med gott resultat förutsäga N_i .

Ett annat sätt är att först prognosticera t_i och utifrån denna bestämma N_i . Ett sådant förfarande har den fördelen att t_i är betydligt enklare att registrera än N_i . Framgången för ett dylikt system blir beroende av prognosen dels för t_i dels för kvoten mellan t_i och N_i . Möjligheterna att förutsäga t_i visade sig vid försöket som redovisas i avsnitt 9.6.2 vara goda. Om förhållandet mellan t_i och N_i är stabilt, skulle det vara möjligt att först prognosticera t_i och från dessa skatta N_i . Under förutsättning att detta förhållande är så stabilt att endast intermittenta uppdateringar behöver ske, kommer arbetsinsatsen för insamling av data att reduceras. För att bedöma denna möjlighet och dess inverkan på totalkassan har kvoterna mellan t_i och N_i beräknats för kontoren D3, D4, S2, S3 och S4. Dessa redovisas i tabell 10.6.

Vi skall undersöka vad skillnaderna mellan respektive inom kontoren betyder. Om skillnaderna mellan dem har liten betydelse, kan en mall användas utan att speciella undersökningar göres på varje.

Tabell 10.6: Kvoten mellan t_i och N_i

Datum			Kontor		Datum			Kontor		
år	mån	dag	D3	D4	år	mån	dag	S2	S3	S4
70	11	09	1.66	2.19	71	04	23	1.67	1.54	1.41
70	11	10	1.46	1.93	71	04	26	2.27	1.25	1.86
70	11	11	1.43	2.39	71	04	27	2.42	1.57	1.95
70	11	12	1.30	1.88	71	04	28	2.63	1.62	1.91
70	11	13	1.21	1.62	71	04	29	2.22	1.35	1.99
70	11	16	1.67	2.04	71	04	30	2.52	1.54	2.15
70	11	17	1.28	2.05	71	05	03	2.60	1.52	1.79
70	11	18	1.28	1.98	71	05	04	2.34	1.45	1.67
70	11	19	1.15	2.01	71	05	05	2.43	1.20	1.67
70	11	20	1.11	1.43	71	05	06	2.38	1.44	1.38
70	11	23	1.62	1.99	71	05	07	2.01	1.14	1.44
70	11	24	1.26	1.98	71	05	10	2.74	1.65	1.77
70	11	25	1.43	1.92	71	05	11	2.82	1.62	1.80
70	11	26	1.25	1.90	71	05	12	3.52	1.37	1.64
70	11	27	1.06	1.36	71	05	13	4.18	1.21	1.87
70	11	30	1.62	1.94	71	05	14	1.76	1.30	1.67
70	12	01	1.38	1.81	71	05	17	2.47	1.48	1.72
70	12	02	1.48	1.91	71	05	18	2.31	1.29	1.83
70	12	03	1.52	1.92	71	05	19	2.09	1.37	2.69
70	12	04	1.33	1.62	71	05	21	1.67	1.12	1.70
70	12	07	1.66	1.98	71	05	24	2.75	1.34	1.73
70	12	08	2.10	1.72	71	05	25	2.32	1.12	2.16
70	12	09	1.44	1.79	71	05	26	2.25	1.18	1.78
70	12	10	1.42	2.06	71	05	27	1.93	1.55	1.90
70	12	11	1.43	1.69	71	05	28	2.21	1.50	1.96
					71	06	01	2.60	1.59	1.85
					71	06	02	2.79	1.32	1.79
					71	06	03	2.20	1.25	1.56
					71	06	04	1.72	1.39	1.47

Om mönstret inom kontoren är konstant, är det möjligt att utifrån en relativt kort undersökningsperiod prediktera för en lång period och endast göra intermitenta uppföljningar. Vid de bearbetningar som utfördes i kapitel 7, försökte vi bland annat förklara kvoten N_i/t_i som en funktion av tidsvariabler. Dessa plus inlagda kontorsvariabler förklarade 62 % av variationen. Den residuala spridningen var 0.08. För att i viss mån belysa vad detta har för betydelse gör vi ett exempel där vi utgår från genomsnittliga värden på m och σ för att se vad en maximal felskattning av N_i betyder. Vi skattar 97.5 %-percentilen, eftersom 98 %-percentilen inte finns angiven i den tabell Anderson och Thorburn (1971, appendix 6) redovisar.

Vi antar att

$$\sigma = 1\,000$$

$$m = -200$$

$$t_i/N_i = 4.18 \text{ (Kontor S2 710513)}$$

Att vi valde den största kvoten beror på, att felet i skattningen spelar störst roll då. Vad betyder en felskattning på $\pm 2s$ i detta exempel? Antag att t_i den dagen är 3 400. Den verkliga kvoten är

$$\frac{1}{4.18} = 0.24$$

$$0.24 - 2 \cdot 0.08 = 0.08 \Rightarrow N_i = 272$$

$$0.24 + 2 \cdot 0.08 = 0.40 \Rightarrow N_i = 1\,360$$

Om vi slår upp dessa värden i tabellen erhålles 86 800 kronor respektive 332 600 kronor som förslag till lämplig startkassa. Samma räkneoperationer och samma siffror utom att vi väljer kvoten till 1.5 istället för 4.18 ger, vid $+2s$ en startkassa på 637 000 kronor och vid $-2s$ en startkassa på 416 400 kronor.

Vi bedömer möjligheten att göra en mall för alla kontor som utesluten på grundval av de stora variationerna mellan dem. Däremot skulle det eventuellt vara möjligt att på det enskilda kontoret genom intermittenta undersökningar av N_i/t_i få en så god kunskap att denna metod är möjlig. Vi skall här också hålla i minnet att med 95 % sannolikhet så är skillnaderna mindre än de ovan angivna.

10.4.2.3 *Prognos av σ*

Möjligheterna att direkt beräkna och prognosticera σ har inte närmare undersökts då datainsamlingen för detta ändamål är synnerligen resurskrävande.

Ett annat enklare sätt att skatta σ är att estimerar den från $\hat{u}_i$ -prognosens residualvarians ($\sigma^2 n$). Precisionen i denna skattning blir förmodligen något sämre än om en direkt prognos kan göras, men under förutsättning att vi känner n kräver den senare skattningen markant mindre resurser.

10.4.2.4 *Skattning av N_i från den multipla regressionens residual*

Då det visade sig svårt att skatta N_i från t_i och dyrbart att göra en direkt prognos av N_i förefaller det bättre att skatta N_i från den multipla regressionens residual. Som redovisats i föregående avsnitt kan denna skrivas som $\sigma^2 n$. Det sökta uttrycket

$$\text{är } \frac{m\sqrt{n}}{\sigma}.$$

$$mn = \tilde{u}_i$$

$$\text{residualen} = \sigma^2 n$$

$$\frac{m\sqrt{n}}{\sigma} \text{ kan skrivas som } \frac{\tilde{u}_i}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{\tilde{u}_i}{\sqrt{\sigma^2 n}}$$

Eftersom denna skattning är enkel och inte innehåller fel av större storleksordning än vad skattningen av σ gör, föredrar vi detta alternativ framför de tidigare diskuterade.

10.4.2.5 Sammanfattning av avsnitt 10.4.2

Problemet med modellen är att det är svårt att bestämma den förväntade noggrannheten för prognoserna. De försök vi gjort tyder på att prognoser för $\tilde{u}_i$ bör kunna förklara över 80 % av variationen i $\tilde{u}_i$. I och med detta är också skattningen av σ och n bestämd.

10.4.3 Centrala gränsvärdessatsen

Två parametrar behöver skattas nämligen $\tilde{u}_i$ och spridningen i denna skattning. Vi har diskuterat denna i kapitel 9 och tidigare i detta kapitel varför vi här endast rekapitulerar att variationen i $\tilde{u}_i$ med stor sannolikhet kan förklaras till 80 % av den diskuterade prognosen.

10.4.4 Minsta kvadratmetoden

Vi prognosticerar $\tilde{u}_i$ och t_i till denna modell. Säkerheterna i prognosen av $\tilde{u}_i$ och t_i har tidigare diskuterats.

10.4.5 Tumregler

Någon explicit prognos existerar inte i detta fall, utan består endast av bedömningar utförda av kassörer och expediteschef. Några direkta uppskattningar av säkerheten i dessa kan inte göras, men de intervjuer vi haft ute på de undersökta kontoren pekar på en låg säkerhet.

10.4.6 Sammanfattning av avsnitt 10.4

Någon meningsfull rangordning för de olika prognosmöjligheterna anser vi oss inte kunna göra eftersom underlaget för bedömningen av de olika modellerna är så olika. Vi nöjer oss med en jämförelse mellan vissa modeller.

Vi bedömer variablerna till simuleringsmodellen som lättare att prognosticera än de till modellen med diskreta approximationer. När det gäller wienermodellen bedömer vi det som svårt att förutsäga N_i utifrån t_i , däremot kan N_i skattas från residualen med bra resultat.

Försöken att prognosticera $\tilde{u}_i$ och t_i visade att t_i fungerade bäst med en förklaringsprocent på 93.1 % och att variationen i $\tilde{u}_i$ förklarades till 71.3 %. Säkerheten i kassörernas bedömningar är förmodligen ganska låg. Dock har det vid de undersökningar vi gjort i ett fall förekommit, att en kassör mycket skickligt förutsade dagsbehovet av kontanter.

10.5 Ekonomisk utvärdering av beslutsfunktionerna

Eftersom kassaverksamheten är föränderlig över tiden, kommer de relationer vi baserar de olika prognoserna på att förändras. Detta medför att alla prognoserna på något sätt måste vara adaptiva. I avsnitt 10.4 konstaterades att samtliga här diskuterade prognoser kan göras sådana. Dock kommer denna adaptiva del att dra väsentligt olika resurser för sitt genomförande i de olika fallen. Att skatta kostnaderna för de olika modellerna är förenat med stora svårigheter. Det är exempelvis svårt att få en precis uppfattning om

- hur mycket systemet kostar att utveckla. Detta har visat sig svårt att beräkna beroende på dels att alla moment i arbetet inte går att förutse dels att tidsåtgången för olika moment felskattas.
- hur lång bearbetningstiden på datorn blir. Uppskattningar av bearbetningstider måste bli mycket grova. De uppskattningar som kan göras är att jämföra de olika momenten i bearbetningen med tidigare liknande bearbetningar. Eftersom alla de olika tekniska lösningarna i ett nytt program inte finns i tidigare kommer denna skattning att bli synnerligen grov.
- kostnad för maskintid i en framtida period. Redan att skatta kostnader idag är svårt. Timkostnaderna på en dator kan idag för samma maskin variera mellan 100 och 3 000 kr beroende på vilka utgångspunkter man väljer för kalkylen. Vi vet också att den historiska trenden är att bearbetning blivit billigare och billigare per bearbetad enhet. Kommer denna trend att fortsätta och i vilken utsträckning?
- tiden för att samla in nödvändiga data. Det bör dock vara möjligt att få en ungefärlig uppskattning av denna.
- kostnaden för insamling av data. Hur skall kassörernas tid betraktas? Har de möjlighet att förutom sina normala uppgifter även utföra insamling av data? Behöver mer personal anställas för detta? Vad kostar i så fall detta? Dessa och en mängd andra frågor kan ställas och eventuellt kan man för ett enskilt kontor göra sådan kostnadsuppskattningar med någorlunda noggrannhet. Generellt kommer dessa att bli grova.

Några skattningar i form av belopp görs på grund av ovanstående osäkerheter inte, utan endast en rangordning.

10.5.1 Simuleringsmodellen och diskreta transaktioner

Båda modellerna kan göras adaptiva men fordrar då en kontinuerlig registrering av alla kontantbelopp. Ett sådant förfarande ligger långt utanför de marginaler, som kan sparas på en jämnare dimensionering av kassorna med de registrerings-system och databehandlingssystem som tillämpas idag. Om vi däremot ser ett stycke in i framtiden (5—10 år) och tänker oss ett on-line system där alla transaktioner registreras direkt i datamaskinen, kan en dylik insamling av data bli lönsam. Vidare kan bearbetningskostnaderna genom billigare databehandling sjunka så kraftigt att metoderna blir lönsamma.

Jämför vi de två metoderna så bedömer vi simuleringsmodellen som minst kostnadskrävande vid samma noggrannhetsgrad.

10.5.2 Wienermodellen

Vi har här diskuterat tre olika förfaranden, ett där N_i kontinuerligt registrerades, ett där endast t_i kontinuerligt registrerades och en kvot mellan t_i och N_i bestämdes genom att N_i insamlades intermittent och ett där N_i beräknades från residualen.

Den första varianten fordrar att ett speciellt system byggs upp för registrering av N_i , eftersom denna storhet inte framgår av någon i de nuvarande rutinerna befintlig registrering.

Den enklaste formen för en sådan är att kassören antecknar varje kund. Dessa anteckningar har en tendens att bli ofullständiga beroende på att kassören glömmar att registrera i vissa situationer t. ex. vid stress. Vidare är det högst troligt att en dylik extrapåлага i längden skulle bli tröttsam och irriterande för kassörerna. De diskussioner vi fört med bankledningarna i de undersökta sparbankerna har verifierat denna ståndpunkt. Vi bedömer därför denna variant som alltför resurskrävande och otillförlitlig.

Variant två bygger på att t_i registreras och att N_i under vissa perioder insamlats. Insamlingen av t_i är relativt enkel, eftersom denna finns i kassamaskinens räkneverk så att kassören endast behöver notera dess ställning vid dagens slut. Då det gäller N_i har vi fortfarande problemet att det relativt lätt blir fel i registreringen. Det bör dock vara möjligt att under kortare perioder få kassörerna att registrera antal kunder. I samband härmed måste förmodligen någon form av kontrollfunktion upprättas.

Det tredje alternativet är ur kostnadssynpunkt klart fördelaktigt. De storheter som behövs för att wienerprocessen skall kunna användas är $\tilde{u}_i$, N_i och σ . Eftersom $\tilde{u}_i$ beräknas i dagens kassarutin kommer inga extra rutiner utöver en sammanställning per kontor att erfordras. Framtagningen av prognosen ger en skattning av $\tilde{u}_i$ och σ varför inga ytterligare kostnader tillkommer. Själva behandlingen i datorn för framtagning av prognoserna är inte särskilt kostbar. Att programmera systemet med utgångspunkt från de tabeller som Anderson och Thorburn beräknat bör kunna ske på kort tid. Kostnaden för databearbetningen är ringa. Vår slutsats blir att modellen i utförande nummer tre sannolikt är ekonomiskt lönsam idag.

10.5.3 Centrala gränsvärdessatsen

Denna fordrar samma data som wienermodellen. Vi anser att denna modell sannolikt är ekonomiskt lönsam.

10.5.4 Minsta kvadratmetoden

Denna kan jämföras med centrala gränsvärdessatsen. Kostnaden för framtagning av $\tilde{u}_i$ och t_i är i stort sett lika varför modellen i detta avseende blir dubbelt så dyr som centrala gränsvärdessatsen.

Till detta kommer att $\xi_i^{0.02}$ måste beräknas under vissa tidpunkter vilket kräver en omfattande undersökning av den typ vi genomfört på de 11 kontor som behandlas i denna avhandling. Detta får till följd att denna modell är kostsammare än wienerprocessen.

10.5.5 Tumregler

Tumregler kan synas mindre kostsamma, men på de två kontor bland de vi undersökt där tumregler används har de krävt en så stor kontroll att denna blivit be-

tungande för personalen och därmed kostnadskrävande. Då man under vissa perioder släppt kontrollen har kassorna visat en tendens att snabbt närma sig utgångsnivån, varför kontrollen troligen inte kan minskas.

10.5.6 Sammanfattning av avsnitt 10.5

Trots de många osäkra faktorerna tror vi oss kunna rangordna modellerna ur kostnadssynpunkt.

Vi rangordnar enligt följande (med den dyraste först):

1. approximation med diskreta transaktioner
2. simuleringsmodellen
3. minsta kvadratmetoden
4. wienerprocessen
5. centrala gränsvärdessatsen och tumregler.

10.6 Utvärdering av beslutsreglerna

10.6.1 Inledning

Efter vilka kriterier skall beslutsreglerna väljas? Allmänt gäller den gamla regeln att tekniken skall anpassas efter problemet. Detta innebär att val efter någon slags allmängiltiga kriterier blir omöjliga. Däremot är det troligt att den uppsättning av beslutsregler, som här diskuteras, är användbara i andra liknande situationer.

Vid utvärderingen kommer vi av ovan nämnda skäl, att strikt hålla oss till vårt exempel. Utvärderingen sker i två tidsperspektiv dels en utvärdering på lång sikt (5—10 år) och dels en på kort sikt. Detta beroende på de förändringar i insamlingsrutinerna som möjliggörs, då bankerna kommer att arbeta med ett system där kassamaskinerna är on-line anslutna.

Kostnaden för den modell som väljes skall jämföras med de fördelar den ger. Den första frågeställningen huruvida det överhuvudtaget finns någon potentiell fördel med att införa någon modell av detta slag har redan berörts. Det är också naturligt att starta en utredning med någon form av förstudie för att utröna hur stora fördelar som kan uppnås.

Dessa förstudier pekade på minskningar av kassorna på uppåt 50 %. Detta skulle innebära, att ett kontor av storleksordningen 5 kassor med den kassahållning som fanns på de undersökta kontoren, skulle få en potentiell räntevinst på cirka 10 000 kronor per år om räntan antas vara 5 %. Denna potentiella marginal skiftar från kontor till kontor beroende på kassahållningen, och därför kan vi aldrig med säkerhet uttala oss om hur stor vinsten blir på det ena eller andra kontoret.

Det skall här också påpekas att det inte är uteslutet att ett kontor skall höja sin kassa om någon av de här föreslagna beslutsreglerna följs. Det är alltså inte tillräckligt att uteslutande räkna på den potentiella räntevinsten utan även den jämnare servicen i form av tillgång på kontanter som erhålles, bör tas i beaktande. Eftersom denna fördel är synnerligen svår att översätta till kronor och ören behandlar vi den inte vidare i analysen.

10.6.2 Tumregler

Den potential som beräknades till 50 % i förundersökningen kommer att minska i och med att problemet diskuteras. Genom att påvisa problemet har vi på sätt och vis bidragit till lösningen.

Det har visat sig att banker kunnat sänka sina kassor med 25 % då de blivit uppmärksammade på problemet. Vi antar nu att detta blivit allmänt känt och räknar fortsättningsvis med den marginal som återstår vid bedömningen av de olika beslutsreglerna.

Om vi börjar med tumreglerna, så är dessa med denna diskussion i och för sig förbrukade, då de används för att sänka de 25 % som vi utgår ifrån redan är gjort. Här skall man hålla i minnet, att det uppstår en resursförbrukning i banken för att införa och upprätthålla tumregler.

Eftersom kostnaderna för dessa resurser är svåra att fastställa, antar vi i den fortsatta diskussionen att denna resursförbrukning inte påverkar bankens kostnadsbild. Låt oss vidare antaga att tumreglerna kan förbättras ytterligare.

10.6.3 CGS

Efter det att tumreglerna förfinats och finslipats har den potentiella marginalen sänkts till ungefär 20 % enligt våra uppskattningar.

Vi har då antagit att man med hjälp av förbättringar av tumreglerna kan sänka kassorna med ytterligare 5 % utöver de tidigare omtalade 25 %. Av de ursprungliga 50 % återstår då 20 % som möjliga för en ytterligare reduktion av kontantkassorna.

En grov skattning av den potentiella räntevinsten kan åstadkommas. Utgångspunkten för diskussionen är de undersökta kontoren. Dessa hade före undersökningen kring 80 000 svenska kronor per kassa. Vi antar att räntevinsten är 5 % och erhåller en marginell räntevinst per kassa på 800 kronor/år. Denna marginal kan synas liten, men kan en annan modell än tumregeln användas och denna inte kostar mera än 800 kr/kassa och år har vi utan extra kostnad vunnit fördelarna att

- kassörens arbete underlättas genom att kassan inte dagligen behöver planeras utan ett föreslaget belopp erhålles.
- huvudkassörens arbete förenklas då han får ett föreslaget värde för hela kontoret.
- en jämnare kassahållning erhålles dvs. säkerhetsnivån hålles konstant i kassorna.
- den kontroll och det beräkningsarbete, som är nödvändigt för användande av tumregler, försvinner.

Beloppet 800 kronor per kassa kan förefalla ringa, men slår vi ut denna besparing på sparbankerna i Sverige och Danmark erhålles en möjlig besparing på 4.8 miljoner svenska kronor. Detta tal är beräknat med utgångspunkt från uppgifter från "Sparbankerna" (SOU, 1969) och "Beretning om sparekasserne i Danmark 1969—1970". Uppgifterna härör från den 31/3 1970 i Danmark och från den 31/12 1969 i Sverige.

Denna marginal skall alltså jämföras med vad det kostar att använda CGS. Om vi räknar med en maskinkostnad på 2 500 kronor per timme och att prognosen måste göras om två gånger per år, erhålles en kostnad på 95 kr per kontor och år.

Stansningen skulle kosta ungefär 20 kronor per kontor och år. Antag sedan att hanteringskostnaden i övrigt är 100 kronor per kontor och år. Vi får då en kostnad på 215 kronor/kontor och år. Detta innebär att en sparbank med 100 kassörer anställda på 25 kontor skulle förutom de ovan angivna fördelarna få en potentiell räntevinst på ungefär 75 000 kronor per år.

Utslaget på Sverige och Danmark skulle vinsten bli över 4 miljoner kronor per år.

10.6.4 Övriga modeller utom wienermodellen

Vi anser att parametrarna i simuleringsmodellen har ett intresse för banken, helt vid sidan om bestämningen av kassastorleken, genom att de återspeglar företeelser hos bankkunderna. Denna egenskap saknas i stort sett vid den diskreta fördelningen. Dessutom kommer med stor sannolikhet prognoserna att bli mindre kostnadskrävande för simuleringsmodellen. Av dessa skäl föredrar vi simuleringsmodellen före modellen med diskreta transaktioner. Kostnaden för denna vid kontinuerlig drift ligger i dagens läge långt ovan de marginaler vi här diskuterat. Att den trots detta kan vara intressant, beror dels på att den ger så mycket sidoinformation att banker anser den ekonomisk under kortare perioder, dels på att den i en framtid kan förbilligas väsentligt genom en automatisk registrering av kontantbeloppen i de on-line-anslutna kassamaskinerna. Förutom att vi då får varje kassa dimensionerad, får vi sidoinformation av den typ som redovisas i kapitel 7.

Det är i detta system som "minsta kvadratmetoden" kan bli användbar eftersom vi med hjälp av denna skulle slippa ifrån att kontinuerligt samla in data. I stället kunde under vissa perioder dimensioneringen bygga på prognoser för t_i och $\tilde{u}_i$. Minsta kvadratmetoden måste i så fall testas betydligt bättre, eftersom den idag är alltför osäker. Med jämna mellanrum skulle då simuleringsmodellen användas för att uppdatera och justera prognoserna.

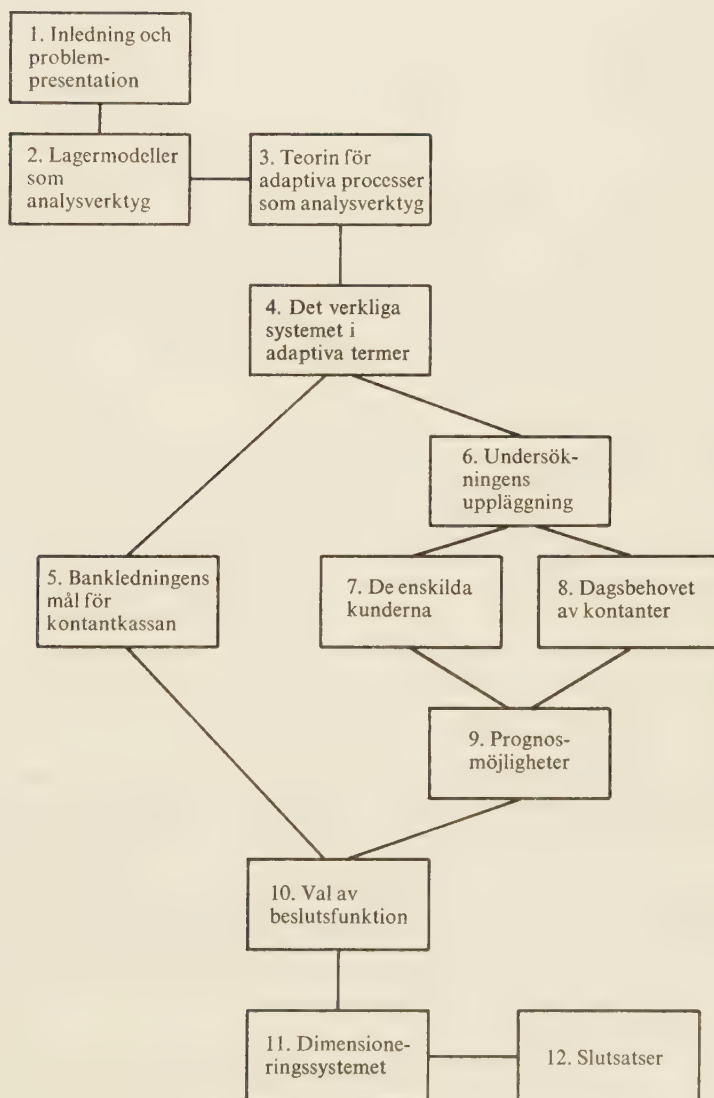
Ett annat sätt är att direkt prognosticera parametrarna och sätta in dessa i regressionsplanen.

10.6.5 Val mellan CGS och wienermodellen

Vilken av dessa modeller som väljs är tämligen likgiltigt. Visserligen är wienermodellen något mer kostnadskrävande när det gäller databearbetning, men denna kostnadsökning är högst marginell. Vi vet (Anderson och Thorburn, 1971, p. 5) att CGS ger ett för lågt värde och wienermodellen ett för högt, men att de endast obetydligt skiljer sig från varandra. Vi väljer CGS därför att den är enklare att förstå och att hantera.

I nästa kapitel beskriver vi hur den valda beslutsregeln utformats för praktiskt bruk i banken.

11. Dimensioneringssystemet



11.1 Inledning

Det system vi valt är synnerligen enkelt både ifråga om beslutsfunktion, datainsamling och kontroll. Valet baseras på en ingående kunskap om problemet. Denna kunskap har vi förvärvat genom empiriska undersökningar och analyser av möjliga dimensioneringssystem. Det är tack vare denna ingående kännedom om problemets olika sidor som vi kan påstå, dels att den valda lösningen ger påtagliga ekonomiska fördelar framför nuvarande, dels också att mera komplicerade system knappast ger sådana förbättringar att det uppväger de ökade kostnaderna som de medför. Dessa konstateranden hade knappast varit möjliga att göra utan det underlag vi tidigare presenterat.

Det finns uppenbara risker för att fel i informationsinsamlingen kan äventyra en aldrig så sofistikerad modell. Vi vill speciellt peka på två faktorer som påverkar felfrekvensen. Den ena är mängden av data. Ju större denna är desto större är felfriskerna. Den andra är hur datainsamlingen göres. Är människan inblandad är det viktigt att hon inte känner ovilja eller blir irriterad av arbetet. En sådan reaktion kan lätt uppstå om dessa arbetsuppgifter läggs ovanpå de normala och invanda rutinerna och inte uppfattas som väsentliga. Detta kan ha sin grund i bristande tillit till modellen.

I organisationer där man är ovan vid modeller är man ofta skeptiskt inställd och tilliten är inte särskilt djupgående. Innan en tillit byggs upp genom goda erfarenheter av en modell är riskerna speciellt stora att detta arbete sköts med bristande omsorg, vilket kan medföra att modellen fungerar dåligt.

Det är lätt att hamna i en ond cirkel. Bristande tillit medför dåliga resultat, som inte medför att tilliten växer utan tvärtom minskar, vilket medför försämrade datainsamling, ytterligare försämrade resultat osv.

De erfarenheter vi gjort under arbetet med den empiriska delen och prognosförsöken styrker vår uppfattning att den ökade precision som kan erhållas med de noggrannare modellerna lätt kan äventyras av att kassörerna måste arbeta mycket med dem.

Vid utformningen av den praktiska sidan är det väsentligt att systemet är så utformat, att möjligheterna till felaktigheter i görligaste mån förhindras. Detta medför att kontrollen av uppgifterna tillmätas stor vikt, dock så att systemet fortfarande kräver små resurser.

Beskrivningen av systemet har delats i tre avsnitt. Först presenteras det i stort i avsnitt 11.2, därefter redogörs för hur kontrollerna är utformade ur teknisk synpunkt (11.3). Till sist behandlas vem som skall utföra de olika momenten (11.4).

11.2 Översiktlig beskrivning av dimensioneringssystemet

Datainsamlingen inskränker sig till en uppgift per dag och kontor. Denna sammanställs av huvudkassören och registreras på blanketten "Kontantflöde" (Bilaga 3:1). För att detta arbete inte skall bli för omfattande utarbetas i varje enskilt fall, så att det passar rutinerna på det enskilda kontoret, ett förfaringssätt för beräkning av utflödet för hela kontoret. Det finns möjligheter att konstruera rutiner och blanketter som automatiskt ger kontroller att beräkningarna är riktiga. För att prognosen skall ge ett godtagbart resultat fordras minst ett års data som underlag. När en tillräcklig datamängd insamlats skickas blanketterna för stansning. Vi åskådliggör den fortsatta gången i systemet i figur 11.1.

Då blanketterna stansats bearbetas informationen i dator och resulterar i två listor, en prognos med inlagda kontrollgränser och en lista med förslag till startkassa för hela kontoret.

Huvudkassören fördelar det för kontoret föreslagna beloppet per kassa. Härvid beaktas var kassan är belägen i lokalen, typ av kassa, hur länge den skall vara öppen, vilka andra kassor som är öppna och vilken kassör som sitter i kassan. Rutinen bygger på kännedom om det speciella kontoret och en lärprocess där handhavaren efterhand följer upp sina beslut och korregerar dessa till nästa dag. Uppföljningen sker så att han efter bankdagens slut registrerar utfallet per kassa och totalt. Det sistnämnda beloppet införes på blankett "Kontantflöde". Därefter kontrolleras fördelningen per kassa och fördelningsregeln justeras om denna inte var riktig. Sista momentet i proceduren är att utflödet antecknas på prognosblanketten och i samband därmed kontrolleras om prediktionen är riktig. Om så inte är fallet skickas blanketterna in för stansning och en ny bearbetning sker.

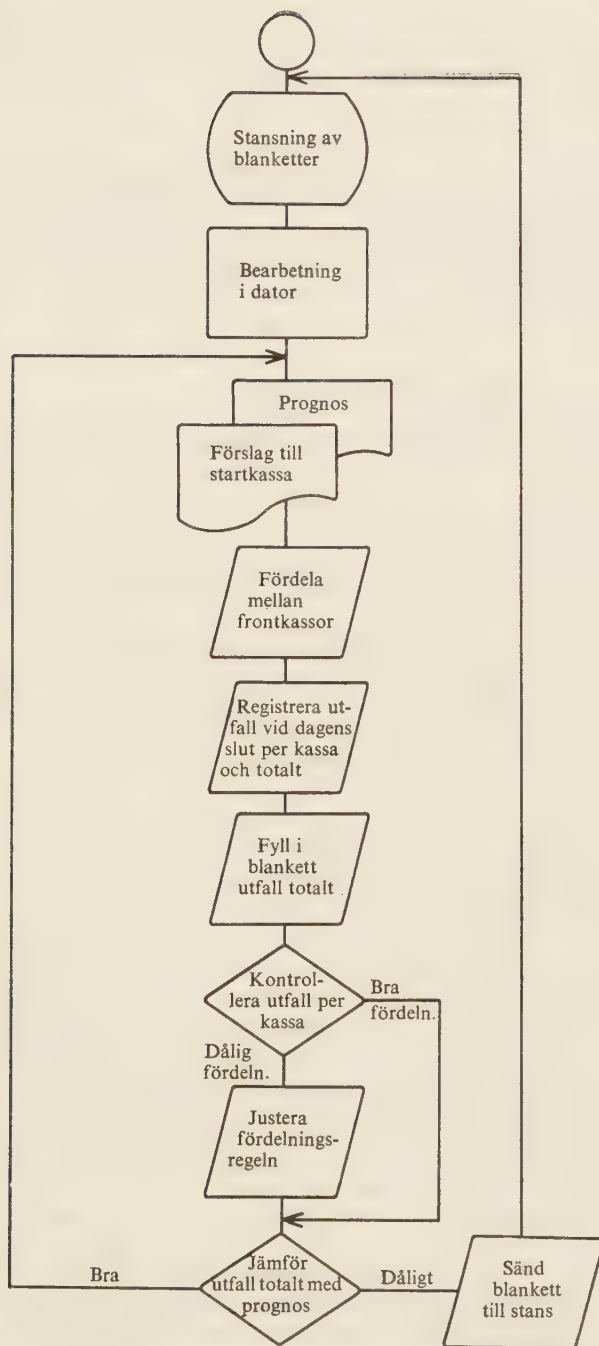
11.3 Kontrollsystemen

11.3.1 Uppföljning av prognosen

Vi har i flera fall framhållit vikten av att prognosen är adaptiv. Frågan är då med vilken periodicitet den skall följas upp. Tiden mellan uppdateringarna är beroende av intensiteten i förändringarna, vilken skiljer sig från kontor till kontor och från tid till tid. Detta innebär att periodiciteten i uppföljningen blir svår att fastställa. Tar vi långa intervall, kommer prognosen att tidvis ge en dålig bild av verkligheten. Väljer vi korta perioder kommer systemet att bli kostsamt.

Detta problem löste vi så att den blankett där prognosen för $\tilde{u}_i$ skrives ut kompletterades med en övre och en undre gräns ± 1 standardavvikelse från prognosvärdet. Då slumpfelet kan anses approximativt normalfördelat så skall 16 % falla under den undre gränsen och lika mycket över den övre. Mellan dessa ligger således 68 % jämnt fördelat. Slumpfelet i prognosen skall vara oberoende av varandra. Det är då enkelt att bestämma hur många gånger i sträck som observationsvärdena får ligga över respektive under gränserna. Om vi t. ex. får tre värden i följd över övre gränsen så är sannolikheten att slumpen åstadkommit detta om ovanstående antaganden gäller $0.16^3 = 0.004$.

Vi sätter $P(\text{prognosen är riktig}) \leq 0.1 \%$, vilket innebär att vi innan omarbetning sker skall kräva fem värden i följd över eller under gränserna då $P(\text{händelsen över eller under gränserna skall inträffa fyra gånger i följd}) = 0.0012$.



Figur 11.1: Dimensioneringssystemet.

Statistiskt är det enkelt att utforma en mängd kontroller för att upptäcka när prognosen blivit felaktig. Exempelvis kan antalet "runs" testas. För att inte i onödan komplicera ett enkelt system med ett svårt kontrollsystem avstår vi från

mer sofistikerade test tillsvidare. Skulle det visa sig att den föreslagna åtgärden inte är tillräcklig, kan denna kompletteras med ett test av att observationerna fördelar sig jämnt kring prognosvärdet.

11.3.2 Kontroll av fördelningsrutinen

För att huvudkassören skall kunna lära sig att på ett någorlunda riktigt sätt fördela kontanterna inom kontoret fordras att han dagligen följer upp utfallet. Antalet extra hämtningar har han kontroll över genom sin funktion som huvudkassör. Det som därutöver behövs för kontroll är endast kontantbehållningen vid slutet av dagen för varje kassa.

11.4 I banken berörda befattningshavare

De direkt berörda är expeditionschef, huvudkassör och frontkassörer. Av dessa är det huvudkassören som mest berörs.

11.4.1 Expeditionschefen

På denne ankommer det att besluta om "antal öppna kassor". Eftersom belastningen per kassa blir beroende av detta beslut, kommer också kontantbehovet att påverkas.

Detta innebär att den slutliga fördelningen av kontanter inom kontoret sker efter det antal öppna kassor fixerats. Detta medför dock inte att expeditionschefen själv måste bestämma fördelningen av kontanterna utan kan t. ex. överlåta detta på huvudkassören.

11.4.2 Huvudkassören

Huvudkassören svarar för kassahållningen totalt på kontoret. Ett av problemen som existerar för huvudkassören idag är att han inte vet med vilka reserver de enskilda frontkassorna ligger.

I CGS-systemet erhåller huvudkassören dels en prognos över utflödet och dels ett förslag på kassahållning för varje bankdag. Om den totala behållningen överstiger "Förslag till startkassa" nästa dag skall överskjutande delen insättas på riksbanken före klockan 10.30 nästa dag, eftersom (enligt cirkulär A17 från Sparbankernas Bank den 28/4 1971) ränta beräknas för belopp insatta före detta klockslag. Huvudkassören svarar dessutom för att kontantbehovet för uttag över 6 000 kronor täcks. De uppgifter han behöver från frontkassörerna är slutkassa (kontanter), antal uttagna belopp över 6 000 kronor och summan av dessa.

För att kontrollera sina egna beräkningar av $\tilde{u}_{tk}$ skall huvudkassören inkräva uppgifter om kontantutflödet av frontkassörerna.

Uttag från 6 000 kronor och däröver delas av huvudkassören upp i tre grupper

- kontantuttag som kan ersättas med postväxlar. (Denna kategori skall efterhand som kassörerna i full utsträckning utnyttjar denna möjlighet försvinna.)
- kontantuttag som är eller kan bli beställda i förväg t. ex. företag som utbetalar lön kontant.
- kontantuttag som inte tillhör tidigare grupper summeras och totalbeloppet adderas till kravet från frontkassorna och antecknas på blankett "Kontantflöde" (Bilaga 3.1).

Huvudkassören har sålunda att

- sammanställa det prognosticerade behovet för frontkassorna
- summera beställda uttag över 6 000 kronor (till denna summa adderas innan postväxlarna fullt utnyttjas ett belopp, som huvudkassören uppskattar).
- ta i beaktande att varje frontkassör skall ha en viss växelkassa oavsett kassakrav. Detta beror på att det är alltför tidsödande att hantera växelmynt i förhållande till deras värde och därför har vi bedömt det som mest ekonomiskt att låta en mindre växelkassa ligga hos varje kassör. Vi vill påpeka att hänsyn härtill tagits vid de beräkningar av lönsamheten som genomförts i kapitel 10.

Den som har den fortlöpande kontrollen över systemet är huvudkassören. Han för dagligen noteringar om in- och utleveranser uppdelade på de enskilda kassorna. Utifrån dessa uppgifter kan $\tilde{u}_{ik}$ beräknas.

Som kontroll kan utflödet för hela kontoret beräknas genom att subtrahera kontorets startkassa från dess slutkassa och korrigera detta belopp för externa leveranser. Det på så sätt erhållna $\tilde{u}_i$ skall vara lika med summan av $\tilde{u}_{ik}$ för varje enskild kassa.

I de fall kontoret betjänar vissa avdelningskontor ingår dessa i systemet på samma sätt som en vanlig frontkassa. I detta sammanhang är det ingen annan skillnad mellan ett avdelningskontor och en enskild kassa än att det kanske rör sig om något större belopp i det förra fallet.

Ytterligare en väsentlig funktion ligger på huvudkassören, nämligen att bestämma när extra hämtningar utifrån skall ske. Om huvudkassören upptäcker att prognosen är fel och att kontanterna inte kommer att räcka dagen ut är det han som skall bedöma om och när tillskott utifrån skall ske. Givetvis skall sådana hämtningar vara sällsynta och skulle det inträffa flera gånger under kort tid så måste någon förändring inträffat i banken och prognosen skall därför omarbetas.

11.4.3 Frontkassören

Vi har vid utformningen av systemet försökt att göra detta så enkelt att felmöjligheterna skulle vara små.

Frontkassörerna skall förutom kontrolluppgifterna, antal belopp över 6 000 kronor, summan av dessa och det totala utflödet endast lämna en uppgift nämligen slutkassan.

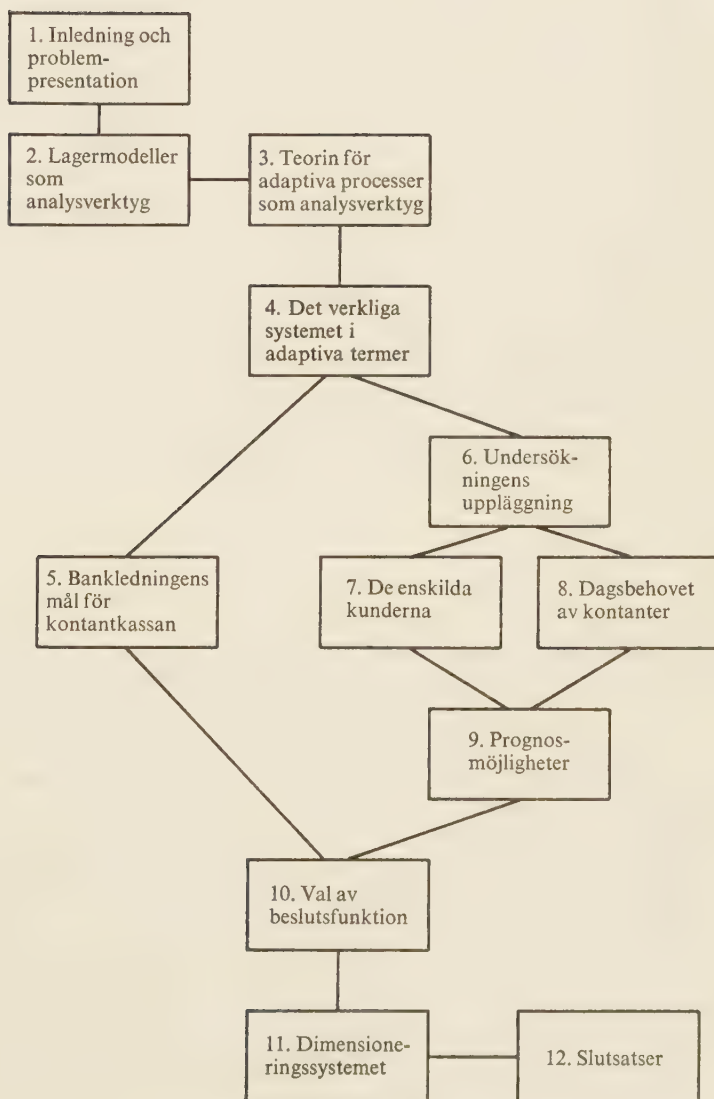
11.5 Sammanfattning

Huvudkassören får genom systemets införande till en viss del ökade arbetsuppgifter, men dessa är inte särskilt betungande och uppvägs till en del av den hjälp han erhåller genom systemet.

Expeditionschefen berörs endast obetydligt av systemet och detta gäller även för frontkassörerna.

Någon beskrivning av ett tänkt system för de andra modellerna finner vi inte intressant, då denna utformning inte kan bli aktuell förrän den potentiella marginalvinsten är fastställd.

12. Slutsatser



12.1 Inledning

Det har varit vår ambition att, såsom vi inledningsvis konstaterade, bidra till närmandet mellan teori och verklighet. Vi har utgått från en reell problemsituation och utnyttjat teorier, metoder och tekniker från flera områden för att nå fram till en lösning. Vi ser det som positivt att vi, trots den matematiska och statistiska apparaten, nått fram till ett dimensioneringssystem som är enkelt och okomplicerat. Detta ser vi som resultatet av vårt angreppssätt som innebär en avvägning mellan den exakthet de teoretiska modellerna kan ge och de felkällor som uppträder när modellerna förs ut i verkligheten. Vi har ansett det väsentligt att denna avvägning göres med en ingående kännedom både om de teoretiska möjligheterna och det specifika praktiska problemet.

Vi har här pekat på betydelsefulla egenskaper hos den problemlösningsmetodik som kommit till användning och som implicit framgår av denna avhandling.

De teoretiska verktyg vi använt har delvis måst nyutvecklas. De resultat vi erhållit sammanfattas i de närmast följande tre avsnitten av detta kapitel.

Det empiriska underlaget har erhållits genom undersökningar som resulterat i en ingående kunskap om sparbankskunders kontantbehov. Denna kunskap är värdefull icke endast för det aktuella dimensioneringsproblemet utan även för andra ändamål. Vi behandlar detta sammanfattningsvis i 12.5.

Lösningen till det praktiska problemet kommenteras slutligen i 12.6.

12.2 Problembeskrivningen

Beskrivningen av det praktiska beslutsproblemet har upptagit en stor del av detta arbete. Som framgick av inledningen har det också varit ett av våra huvudsyften att vidareutveckla och pröva en speciell beskrivningsmetod.

Resultaten hänför sig dels till metoden och dels till teorin.

Metoden enligt vilken beslutsproblem beskrivs med hjälp av modeller för adaptiva processer synes oss i situationer liknande vår vara ett överlägset alternativ till mer speciella beskrivningar i form av t. ex. en lagermodell. Vi har funnit att den innehåller de för många beslutsproblem relevanta komponenterna och på ett klarare sätt pekar på de detaljproblem som måste lösas. Så faller t. ex. prognosmodellen naturligt in i sitt sammanhang liksom de krav som beslutsfattarens omgivning ställer på beslut och beslutsfunktion. Den dynamiska aspekten framhävs liksom informationsflödena.

Det är naturligtvis önskvärt att metoden används på en serie av problem och därvid även jämföres med andra så att man klarare kan fastlägga dess starka och svaga sidor.

Teorin för adaptiva beslutsprocesser har utvidgats till att explicit innefatta även det fall då beslutsfattaren har möjlighet att välja observationsfrekvens. Detta är en utvidgning mot ett allmännare fall, men vi finner inte att det har medfört en minskad skärpa i beskrivningen. Den utvecklade modellen har lett oss till en stringentare behandling både i fråga om problemanalys och presentation av denna än vi tror oss kunna ha uppnått på ett annat sätt.

12.3 Prognosen

Prognosmodeller är en essentiell del av många dimensioneringssystem. Ett av våra syften har varit att pröva en sällan använd teknik för prognoserna. Våra resultat kan vi sammanfatta sålunda.

Metoden, enligt vilken den multipla lineära regressionsanalysen används för att prognosticera variabler med ojämn cykelvariation, har vi funnit väl lämpad för denna typ av tidsvariationer.

Den har den uppenbara fördelen att redan utifrån ganska korta tidsserier ge en användbar prognos. Detta underlättar införandet av prognoser för variabler som icke tidigare registrerats liksom det underlättar reaktionen på förändringar i det tidigare variationsmönstret.

Räknearbetet vid användandet av tekniken är mycket stort varför den knappast har varit möjlig att införa utan tillgång till dator. Beräkningarna är t.o.m. så omfattande att kostnaden för en rutinemässig användning av metoden först med den senaste generationen av datorer blivit rimlig.

Vi bedömer den speciellt lämplig i fall då dagliga prognoser krävs och ser alltså vida användningsområden för tekniken.

12.4 Lagermodellerna

Modeller för lager med stokastiskt in- och utflöde har diskuterats. De modeller som behandlats har den egenskapen gemensam att de icke är optimeringsmodeller utan beskrivningsmodeller som ger sannolikhetsfördelningar för den största totala efterfrågan på lagret under en viss tidsperiod.

I det enskilda fallet kan man sedan väga riskerna för att lagret skall tömmas under en period, vilket ger en viss förväntad bristkostnad, mot lagerhållningssärkostnader och inköpssärkostnader och därmed, i den mån dessa kostnader kan beräknas, företa en optimering som resulterar i en önskvärd risknivå. Vi har i stället valt att arbeta med satisfieringsmål.

Metoden för val av modell har inte explicit beskrivits utan framgår av dess applicering på det praktiska beslutsproblemet. Modellerna har beskrivits dels efter sin approximationsgrad, dels efter vilka fel som kan förväntas i prognosen, dels också efter de ytterligare felrisker som kan förväntas vid det praktiska handhavandet.

Precisionen hos de olika modellerna har diskuterats. Den beror inte endast av modellens approximationsgrad utan även av de fel som uppstår i datainsamling och prognoser.

En utvärdering har sedan gjorts i vilken de besparingar som kan väntas vid ökad precision har vägts mot de kostnader denna bedöms förorsaka.

12.5 Den empiriska studien

Den övervägande delen av sparbankernas kunder utgörs traditionellt av privatpersoner. De senare årens ansträngningar från sparbankerna att öka antalet kunder bland affärsmän och småföretagare har inte påfallande ändrat bilden. De resultat vi erhållit kan alltså i stor utsträckning hänföras till privatpersoner.

Vid analyser uppdelas kunderna i tre grupper — inkunder, utkunder och nollkunder. Det huvudsakliga skälet till detta var att det avsevärt förenklade beskrivningen i form av frekvensfördelningar.

För nollkunderna krävdes ingen fördelning. De två andra grupperna visade sig båda kunna beskrivas som logaritmiskt normalfördelade.

För att bättre kunna jämföra de olika kontorens kundpopulationer korrigerade vi för de olika värden kronan hade vid de olika undersökningstillfällena. Dessa värdeskillnader var dels en följd av inflationen, dels en följd av skillnaden mellan svenska och danska kronor. I den följande diskussionen arbetar vi alltså med värden som korrigerats för dessa skillnader.

Det finns anledning att anta att den uppdelning som gjorts främst av beskrivningstekniska skäl svarar mot populationer med olika motiv i sitt förhållande till banken vad gäller kontanter. Man kan förmoda att utkunderna avser att använda de erhållna kontanterna till sin dagliga konsumtion och att sålunda den beskrivning vi har av dem speglar kontantkonsumtionen hos befolkningen. Inkunderna däremot har erhållit sina kontanter från annat håll. Bland dessa finns både privatpersoner, som t. ex. får sin lön i kontanter, och affärsmän, som fått kontanter av kunder. Inbetalningen till banken kan bero på likvidering av amorteringar och räntor, av räkningar och hyror eller av insättning på ett konto för framtida behov.

Mot bakgrund av detta är det inte förvånande att finna att inkundernas medelvärde ligger avsevärt högre än utkundernas. Däremot blev vi överraskade att finna inkundernas medelvärde negativt korrelerat med folkmängden på kontorsorten. En möjlig förklaring är att andelen affärsmän kan vara större ju mindre orten är. Om detta icke är sant kan möjligen privatpersonernas vanor skilja sig så att befolkningen på mindre orter är mera benägna att spara ihop större belopp i kontanter än de som bor i större orter. Det är inte möjligt att på basis av våra undersökningar dra några slutsatser om detta.

Det var också oväntat för oss att finna så små olikheter i utkundernas medelvärden för de undersökta kontoren.

Detta skulle kunna tyda på att mönstret för kontantkonsumtionen skiljer sig mycket litet eller inte alls mellan olika delar av Danmark och södra Sverige. Detta är kanske ändå inte så överraskande med tanke på att de båda länderna även kulturellt ligger så nära varandra och har ungefär samma levnadsstandard.

Vi fann också att homogeniteten bland utkunderna var genomgående större än hos inkunderna. Detta kan tolkas som ett stöd för de tidigare framförda hypoteserna, där vi bl.a. föreställde oss att affärsmännen huvudsakligen återfanns bland inkunderna. Med sina större belopp bör dessa öka spridningen och alltså minska homogeniteten.

Den empiriska studien har alltså gett upphov till hypoteser om sparbankskunders kontantvanor, speciellt privatpersoners. Det krävs andra typer av undersökningar för att avgöra om de är riktiga.

Detta leder oss till den allmänare frågan om hur stor del av konsumtionen som betalas med kontanter och hur mycket som likvideras med andra betalningsmedel.

Vi har liten kunskap om hur individer och familjer använder kontanter, checkar, postgiro och andra former för betalningar av varor och tjänster. I diskussionen om checkarnas vara eller inte vara och om "the cashless society" tycks ingen ha grundligare tagit reda på hur och varför den enskilde konsumenten väljer ett visst betalningsmedel i en viss situation.

En mera djupgående undersökning av detta skulle kunna ge ett fastare underlag för konstruktion av betalningsmedel och betalningssätt som skulle passa också konsumenterna och icke endast banker och datorer.

En detalj i detta komplex är frågan om vilken effekt handelns checkstopp 1.7. 1971 har fått på kontantvanorna. Ytterligare undersökningar av den typ som gjorts i detta arbete kan vid jämförelser med det här presenterade materialet ge underlag för bedömningar av denna effekt.

12.6 Dimensioneringssystemet

Vi angav det praktiska syftet med detta arbete vara att utforma ett dimensioneringssystem för kontantbehovet i ett bankkontor. Vi hade då avgränsat problemet så att dimensioneringssystemet skulle ge det kontantbelopp som kontoret under en kommande dag skulle behöva för att enligt uppställda mål kunna möta kundernas krav.

I föregående kapitel presenterade vi ett sådant system.

Det valda dimensioneringssystemet kräver en liten datamängd, datainsamlingen och kontrollen medför ökat arbete för endast en person på kontoret, och de risker för fel vi tidigare berört uppfattar vi därför som små.

Vi förväntar oss alltså en gradvis ökad tillit till systemet. Detta kan i sin tur leda till en mer tillitsfull syn på modeller överhuvudtaget och därmed jämna vägen för mer komplicerade och precisare sådana.

Det valda dimensioneringssystemet betraktar kontoret som en enskild enhet och bortser från att det är en del av en större enhet, sparbanken som helhet. Ytterligare ekonomiska vinster skulle måhända kunna göras genom ett försök till totaloptimering av sparbankernas samlade kontantkassa. Man kunde då överväga att använda lineär och dynamisk programmering t. ex. efter de linjer som skisserats av Sigmundt (1970) eller försöka skapa ett system av tumregler som eventuellt kan utvärderas med hjälp av en simuleringsmodell.

Vi är emellertid inte övertygade om att vinsterna som kan göras är så stora att de kan uppväga de ökade kostnaderna som följer med den ökade komplexiteten. Det är dock möjligt att underlaget för denna bedömning blir ett annat i en framtid då on-line är en realitet och datorernas beräkningskapacitet och snabbhet har ökat.

Bilagor

Parametervärden Bank S0

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
11.11.68	223	5.57	1.71	715	5.26	1.25		
12.11.68	99	5.57	1.92	555	5.20	1.37		
13.11.68	111	5.06	1.74	555	5.22	1.29		
14.11.68	110	4.96	1.62	884	5.44	1.15		
15.11.68	225	5.34	1.48	1219	5.50	1.08		
18.11.68	146	5.15	1.61	662	5.35	1.32		
19.11.68	99	5.26	1.59	506	5.14	1.22		
20.11.68	106	5.30	1.73	550	5.18	1.26		
21.11.68	113	5.00	1.77	652	5.28	1.26		
22.11.68	119	5.51	1.74	837	5.16	1.17		
25.11.68	178	5.13	1.57	689	5.48	1.30		
26.11.68	156	5.31	1.36	515	5.33	1.35		
27.11.68	175	5.26	1.35	550	5.29	1.37		
28.11.68	244	5.20	1.40	1145	5.88	1.14		
29.11.68	382	5.37	1.32	1007	5.69	1.18		
2.12.68	296	5.28	1.33	803	5.43	1.29		
3.12.68	190	5.37	1.35	556	5.42	1.24		
4.12.68	157	5.48	1.69	645	5.39	1.22		
5.12.68	169	5.42	1.69	689	5.58	1.21		
6.12.68	184	5.71	1.62	754	5.40	1.16		
9.12.68	282	5.80	1.61	774	5.48	1.24		
10.12.68	207	5.64	1.66	598	5.54	1.25		

Bilaga 1.2

Parametervärden Bank S1

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
15.9.69	276	5.57	1.50	703	5.41	1.30	1091	112
16.9.69	156	5.37	1.67	460	5.31	1.25	716	100
17.9.69	123	5.61	1.41	499	5.25	1.18	733	111
18.9.69	131	5.64	1.52	501	5.30	1.27	736	104
19.9.69	136	5.30	1.58	645	5.25	1.15	887	106
22.9.69	110	5.56	1.73	491	5.16	1.15	691	90
23.9.69	103	5.43	1.80	403	5.16	1.17	571	65
24.9.69	86	5.31	1.70	375	5.09	1.29	535	74
25.9.69	140	5.50	1.50	551	5.53	1.26	763	72
26.9.69	206	5.51	1.48	838	5.63	1.17	1149	105
29.9.69	380	5.48	1.20	660	5.66	1.28	1139	99
30.9.69	403	5.52	1.25	556	5.44	1.32	1043	84
1.10.69	434	5.41	1.22	521	5.44	1.44	1031	76
2.10.69	270	5.41	1.33	461	5.36	1.28	794	63
3.10.69	300	5.38	1.29	647	5.29	1.22	1050	103
6.10.69	226	5.48	1.47	472	5.28	1.25	783	85
7.10.69	145	5.22	1.42	428	5.19	1.16	660	87
8.10.69	103	5.36	1.50	442	5.31	1.28	610	65
9.10.69	117	5.51	1.60	520	5.23	1.16	744	107
10.10.69	128	5.35	1.62	650	5.11	1.03	877	99
13.10.69	154	5.40	1.69	497	4.96	1.17	734	83
14.10.69	109	5.41	1.98	460	5.12	1.26	651	82
15.10.69	205	5.44	1.59	695	5.48	1.33	1004	104
16.10.69	118	5.41	1.70	465	5.33	1.25	693	110
17.10.69	129	5.69	1.49	626	5.23	1.11	855	100

Parametervärden Bank S2

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
23.4.71	161	5.34	1.70	676	5.53	1.01	983	138
26.4.71	189	5.71	1.73	515	5.62	1.27	832	123
27.4.71	253	5.51	1.39	500	5.53	1.21	893	127
28.4.71	206	5.37	1.62	448	5.60	1.22	791	126
29.4.71	306	5.60	1.29	647	5.56	1.26	1097	136
30.4.71*	225	5.78	1.37	442	5.36	1.41	767	92
3.5.71	302	5.73	1.39	399	5.48	1.28	804	96
4.5.71	195	5.42	1.45	343	5.40	1.28	652	111
5.5.71	123	5.69	1.52	313	5.44	1.28	545	102
6.5.71	144	5.28	1.71	459	5.41	1.18	721	114
7.5.71	147	5.76	1.48	570	5.41	1.03	835	112
10.5.71	172	5.44	1.90	477	5.48	1.26	759	102
11.5.71	150	5.49	1.61	443	5.50	1.25	702	102
12.5.71	145	5.55	1.77	340	5.35	1.29	584	94
13.5.71	134	5.76	1.80	354	5.45	1.30	597	105
14.5.71	149	5.59	1.54	855	5.70	1.05	1173	164
17.5.71	141	6.02	1.41	492	5.58	1.12	722	82
18.5.71	133	5.66	1.65	518	5.38	1.17	778	119
19.5.71*	75	5.43	1.70	370	5.51	1.06	529	76
21.5.71	216	5.85	1.59	889	5.43	1.18	1257	143
24.5.71	116	5.69	1.80	325	5.41	1.39	530	79
25.5.71	164	5.71	1.71	520	5.63	1.16	783	91
26.5.71	136	5.66	1.49	541	5.59	1.22	766	85
27.5.71	219	5.92	1.52	648	5.67	1.18	972	96
28.5.71	292	5.81	1.42	795	5.62	1.16	1254	160
1.6.71	472	5.76	1.27	555	5.25	1.41	1129	92
2.6.71	185	5.67	1.58	366	5.35	1.37	639	81
3.6.71	155	5.70	1.38	458	5.48	1.15	726	105
4.6.71	198	5.70	1.48	779	5.44	1.02	1107	123

* Halvdagsöppet.

Utbetalningar på större belopp än 6 000 och inbetalningar över 40 000 har utgått ur materialet innan parametervärdena beräknats.

Parametervärden Bank S3

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
23.4.71	98	5.38	1.71	797	5.34	1.04	1012	115
26.4.71	164	5.57	1.52	712	5.73	1.18	982	101
27.4.71	192	5.30	1.46	656	5.73	1.32	960	109
28.4.71	157	5.38	1.48	650	5.68	1.17	899	87
29.4.71	227	5.39	1.43	960	5.71	1.14	1332	141
30.4.71*	126	5.38	1.61	447	5.50	1.31	649	70
3.5.71	235	5.66	1.52	578	5.42	1.17	910	91
4.5.71	142	5.61	1.48	440	5.39	1.22	673	90
5.5.71	104	5.54	1.55	457	5.40	1.15	653	89
6.5.71	129	5.49	1.74	886	5.63	0.98	1108	90
7.5.71	118	5.28	1.77	809	5.33	1.13	1020	89
10.5.71	164	5.44	1.82	593	5.25	1.22	855	92
11.5.71	102	5.17	1.88	434	5.36	1.14	609	72
12.5.71	83	5.35	1.66	480	5.36	1.24	640	74
13.5.71	133	5.36	1.76	803	5.33	1.13	1052	110
14.5.71	134	5.51	1.75	870	5.51	1.12	1103	95
17.5.71	120	5.69	1.70	616	5.46	1.17	813	73
18.5.71	78	5.68	1.64	861	5.65	1.02	1019	77
19.5.71*	73	5.58	1.74	589	5.50	0.95	716	53
21.5.71	110	5.56	1.60	989	5.35	1.07	1210	104
24.5.71	128	5.43	1.75	591	5.38	1.24	780	56
25.5.71	98	5.50	1.55	464	5.50	1.18	627	62
26.5.71	111	5.56	1.58	634	5.73	1.20	815	66
27.5.71	235	5.59	1.55	919	5.73	1.07	1243	78
28.5.71	239	5.52	1.39	863	5.55	1.13	1197	91
1.6.71	243	5.46	1.47	646	5.43	1.20	948	52
2.6.71	132	5.53	1.53	510	5.32	1.20	687	41
3.6.71	174	5.58	1.50	910	5.66	0.98	1153	63
4.6.71	111	5.91	1.72	683	5.32	1.13	845	48

* Halvdagsöppet.

Utbetalningar på större belopp än 6 000 och inbetalningar över 40 000 har utgått ur materialet innan parametervärdena beräknats.

Parametervärden Bank S4

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
23.4.71	103	5.49	1.77	789	5.42	1.15	1008	110
26.4.71	157	5.44	1.61	822	5.84	1.11	1085	102
27.4.71	170	5.42	1.56	820	5.83	1.20	1138	143
28.4.71	159	5.29	1.52	740	5.73	1.14	1041	134
29.4.71	230	5.65	1.64	784	5.60	1.17	1157	137
30.4.71*	158	5.79	1.70	440	5.52	1.30	695	92
3.5.71	227	5.51	1.64	648	5.32	1.26	995	117
4.5.71	131	5.40	1.55	450	5.27	1.19	678	97
5.5.71	91	5.26	1.81	420	5.29	1.07	586	70
6.5.71	100	5.12	1.66	577	5.44	1.07	778	94
7.5.71	120	5.59	1.67	783	5.38	1.01	986	79
10.5.71	112	5.81	1.83	580	5.23	1.22	794	97
11.5.71	75	5.14	1.98	501	5.26	1.15	656	76
12.5.71	79	5.47	1.62	466	5.33	1.08	651	104
13.5.71	115	5.22	1.62	514	5.35	1.12	716	83
14.5.71	131	5.57	1.63	934	5.44	1.05	1191	122
17.5.71	128	5.33	1.68	638	5.43	1.10	830	63
18.5.71	119	5.21	1.71	585	5.38	1.25	776	64
19.5.71*	72	5.54	1.90	351	5.41	1.17	455	28
21.5.71	124	5.79	1.64	851	5.31	1.09	1036	59
24.5.71	109	5.68	1.84	542	5.27	1.21	731	74
25.5.71	124	5.39	1.61	577	5.61	1.11	771	68
26.5.71	125	5.44	1.76	888	5.92	1.07	1116	98
27.5.71	171	5.50	1.51	955	5.81	1.03	1223	93
28.5.71	245	5.70	1.49	1036	5.66	1.14	1384	95
1.6.71	260	5.46	1.66	766	5.43	1.19	1101	66
2.6.71	148	5.33	1.75	531	5.38	1.16	763	80
3.6.71	115	5.36	1.74	632	5.46	1.15	806	55
4.6.71	136	5.54	1.54	813	5.41	1.02	1019	63

* Halvdagsöppet.

Utbetalningar på större belopp än 6 000 och inbetalningar över 40 000 har utgått ur materialet innan parametervärdena beräknats.

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
5.8.70	80	5.41	1.68	236	5.67	1.16	381	65
6.8.70	62	5.64	1.33	240	5.67	1.17	338	36
7.8.70	140	5.75	1.39	469	5.66	0.99	692	83
10.8.70	61	5.87	1.38	256	5.68	1.18	345	28
11.8.70	42	5.34	1.53	220	5.60	1.09	294	32
12.8.70	36	5.91	1.33	229	5.55	1.18	285	20
13.8.70	43	5.73	1.75	260	5.69	1.11	342	39
14.8.70	96	5.81	1.33	528	5.59	1.02	676	52
17.8.70	48	5.58	1.78	263	5.57	1.14	344	33
18.8.70	37	5.79	1.80	227	5.49	1.05	286	22
19.8.70	42	5.80	1.80	209	5.61	1.35	295	44
20.8.70	37	5.36	1.74	280	5.57	1.21	350	33
21.8.70	103	5.21	1.68	535	5.36	1.13	681	43
24.8.70	51	5.64	1.72	234	5.43	1.35	312	27
25.8.70	46	5.94	1.55	205	5.73	1.26	280	29
26.8.70	47	5.67	1.48	202	5.64	1.23	283	34
27.8.70	65	5.61	1.69	424	6.08	1.16	529	40
28.8.70	184	5.68	1.33	1024	6.25	1.07	1298	90
31.8.70	127	5.71	1.31	480	6.25	1.17	653	46
1.9.70	141	5.63	1.30	348	5.96	1.32	543	54
2.9.70	99	5.56	1.42	248	5.71	1.25	385	38
3.9.70	98	5.50	1.34	260	5.85	1.21	394	36
4.9.70	210	5.61	1.39	538	5.65	1.09	818	70
7.9.70	86	5.61	1.50	263	5.73	1.18	383	34
8.9.70	57	5.54	1.61	199	5.62	1.25	274	18

Parametervärden Bank D2

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
5.8.70	27	6.36	1.68	93	5.84	1.25	143	23
6.8.70	21	6.27	1.85	91	5.74	1.19	138	26
7.8.70	49	6.38	1.28	188	5.74	0.99	272	35
10.8.70	35	6.18	1.67	88	5.81	1.35	143	27
11.8.70	22	6.16	1.72	76	5.60	1.19	116	18
12.8.70	18	5.63	2.40	78	5.49	1.19	122	26
13.8.70	28	6.22	1.63	107	5.93	1.33	155	20
14.8.70	54	6.17	1.51	194	5.88	1.14	278	30
17.8.70	24	6.28	2.26	97	5.80	1.30	158	37
18.8.70	19	6.25	2.36	99	5.60	1.20	148	30
19.8.70	22	6.47	1.45	63	5.89	1.34	101	16
20.8.70	19	6.27	1.03	103	5.75	1.39	147	25
21.8.70	39	6.09	1.45	169	5.72	1.22	244	36
24.8.70	30	6.20	1.57	85	5.72	1.40	136	21
25.8.70	19	6.75	1.00	77	5.45	1.43	117	21
26.8.70	23	6.88	1.39	69	5.86	1.33	103	11
27.8.70	19	6.39	1.48	83	5.93	1.20	114	12
28.8.70	54	6.03	1.32	246	6.16	1.16	336	36
31.8.70	67	5.91	1.56	132	6.06	1.57	221	22
1.9.70	45	5.75	1.44	92	5.81	1.20	160	23
2.9.70	33	5.90	1.50	71	5.89	1.20	123	19
3.9.70	36	6.05	1.91	92	5.94	1.36	143	15
4.9.70	59	6.50	1.56	153	5.86	1.24	250	38
7.9.70	30	6.18	1.90	91	5.68	1.27	143	22
8.9.70	25	6.04	1.65	60	5.77	1.27	115	30

Parametervärden Bank D3

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
9.11.70	77	5.60	1.88	200	5.09	1.29	331	52
10.11.70	70	5.41	1.77	172	5.03	1.28	276	33
11.11.70	54	5.73	1.80	145	5.14	1.26	232	32
12.11.70	66	5.58	1.53	204	5.34	1.40	317	42
13.11.70	162	5.29	1.86	415	5.25	1.17	647	67
16.11.70	86	5.26	1.93	180	5.23	1.35	313	46
17.11.70	51	5.01	1.83	172	5.14	1.23	278	52
18.11.70	52	5.79	1.83	160	5.18	1.38	246	33
19.11.70	41	5.57	1.67	211	5.46	1.37	294	40
20.11.70	148	5.54	1.75	509	5.25	1.16	756	96
23.11.70	78	5.04	2.11	214	5.08	1.29	346	54
24.11.70	62	5.25	1.96	174	5.21	1.33	274	34
25.11.70	57	5.70	1.93	179	5.29	1.41	268	32
26.11.70	56	5.19	1.67	223	5.31	1.42	327	44
27.11.70	187	5.20	1.84	723	5.81	1.09	1036	122
30.11.70	148	5.31	1.57	344	5.69	1.27	565	72
1.12.70	156	5.37	1.37	343	5.80	1.23	569	67
2.12.70	142	5.38	1.52	293	5.57	1.17	522	83
3.12.70	97	5.40	1.44	229	5.69	1.21	317	84
4.12.70	261	5.33	1.48	563	5.50	1.17	967	140
7.12.70	124	5.59	1.67	271	5.42	1.16	462	67
8.12.70	95	5.64	1.38	229	5.38	1.33	378	52
9.12.70	67	5.66	1.61	238	5.49	1.27	358	51
10.12.70	77	6.08	1.66	253	5.43	1.52	386	53
11.12.70	218	5.65	1.76	559	5.40	1.19	943	161

De enskilda kundernas belopp har multiplicerats med 0,7, dessutom har utbetalningar på större belopp än 6 000 och inbetalningar över 40 000 utgått ur materialet innan parametervärdena beräknats.

Parametervärden Bank D3

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
9.11.70		5.89	1.97		5.49	1.33		
10.11.70		5.70	1.87		5.42	1.29		
11.11.70		5.99	1.95		5.53	1.28		
12.11.70		5.94	1.52		5.81	1.54		
13.11.70		5.67	1.83		5.64	1.20		
16.11.70		5.63	1.90		5.61	1.36		
17.11.70		5.39	1.80		5.58	1.31		
18.11.70		6.16	1.82		5.57	1.39		
19.11.70		5.94	1.64		5.86	1.41		
20.11.70		5.91	1.72		5.62	1.21		
23.11.70		5.35	2.15		5.45	1.27		
24.11.70		5.63	1.94		5.64	1.52		
25.11.70		5.96	2.06		5.66	1.39		
26.11.70		5.56	1.65		5.74	1.57		
27.11.70		5.58	1.80		6.19	1.11		
30.11.70		5.68	1.55		6.05	1.31		
1.12.70		5.73	1.36		6.19	1.25		
2.12.70		5.75	1.51		5.98	1.22		
3.12.70		5.70	1.54		6.10	1.25		
4.12.70		5.70	1.46		5.87	1.22		
7.12.70		5.95	1.65		5.79	1.15		
8.12.70		5.94	1.49		5.75	1.41		
9.12.70		5.93	1.75		5.89	1.31		
10.12.70		6.44	1.65		5.85	1.58		
11.12.70		5.97	1.83		5.80	1.23		

Parametervärden Bank D4

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
9.11.70	116	5.70	1.50	227	5.34	1.23	428	84
10.11.70	88	5.81	1.44	211	5.26	1.24	375	74
11.11.70	70	5.68	1.59	181	5.06	1.44	314	61
12.11.70	80	5.78	1.76	250	5.36	1.10	405	72
13.11.70	164	5.50	1.54	531	5.33	1.15	824	125
16.11.70	90	5.43	1.63	252	5.23	1.33	409	62
17.11.70	61	6.10	1.20	193	5.17	1.31	320	64
18.11.70	44	5.79	1.88	177	5.26	1.24	312	86
19.11.70	52	5.61	1.56	269	5.20	1.20	422	98
20.11.70	177	5.48	1.78	614	5.28	1.12	931	131
23.11.70	85	5.71	1.61	264	5.12	1.33	412	60
24.11.70	56	5.46	1.40	244	5.19	1.36	362	59
25.11.70	69	5.79	1.40	232	5.50	1.37	378	72
26.11.70	62	5.84	1.58	311	5.59	1.24	458	83
27.11.70	208	5.75	1.21	978	5.88	1.12	1358	168
30.11.70	155	5.74	1.29	496	5.84	1.24	755	177
1.12.70	191	5.43	1.33	451	5.81	1.17	730	85
2.12.70	145	5.45	1.55	309	5.87	1.20	565	104
3.12.70	145	5.65	1.34	279	5.76	1.14	510	82
4.12.70	318	5.60	1.32	670	5.55	1.12	1157	164
7.12.70	117	5.62	1.40	297	5.54	1.23	499	83
8.12.70	62	5.88	1.44	192	5.62	1.22	305	46
9.12.70	89	5.85	1.40	271	5.53	1.28	440	75
10.12.70	74	5.67	1.46	315	5.43	1.17	476	85
11.12.70	255	5.78	1.41	727	5.43	1.15	1163	173

De enskilda kundernas belopp har multiplicerats med 0.7, dessutom har utbetalningar på större belopp än 6 000 och inbetalningar över 40 000 utgått ur materialet innan parametervärdena beräknats.

Parametervärden Bank D4

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
9.11.70		6.06	1.49		5.72	1.25		
10.11.70		6.17	1.43		5.66	1.29		
11.11.70		6.05	1.58		5.48	1.48		
12.11.70		6.15	1.74		5.77	1.16		
13.11.70		5.87	1.52		5.72	1.22		
16.11.70		5.79	1.61		5.67	1.42		
17.11.70		6.46	1.19		5.58	1.35		
18.11.70		6.16	1.85		5.74	1.37		
19.11.70		5.97	1.54		5.61	1.28		
20.11.70		5.85	1.75		5.71	1.20		
23.11.70		6.08	1.59		5.53	1.38		
24.11.70		5.82	1.38		5.60	1.41		
25.11.70		6.15	1.39		5.92	1.51		
26.11.70		6.10	1.74		5.97	1.26		
27.11.70		6.11	1.20		6.26	1.13		
30.11.70		6.10	1.29		6.26	1.30		
1.12.70		5.80	1.32		6.19	1.19		
2.12.70		5.81	1.52		6.31	1.29		
3.12.70		6.02	1.33		6.17	1.21		
4.12.70		5.96	1.31		5.95	1.16		
7.12.70		5.98	1.38		5.92	1.25		
8.12.70		6.25	1.42		6.08	1.34		
9.12.70		6.15	1.52		5.96	1.34		
10.12.70		5.96	1.60		5.80	1.24		
11.12.70		6.14	1.40		5.79	1.29		

Parametervärden Bank D5

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
26.5.71	84	5.54	1.55	569	5.36	1.29	755	96
27.5.71	145	5.69	1.42	815	5.61	1.19	1067	102
28.5.71	328	5.73	1.25	1652	5.82	1.12	2110	124
1.6.71	331	5.61	1.26	878	5.63	1.24	1304	88
2.6.71	245	5.51	1.37	680	5.62	1.25	1000	72
3.6.71	203	5.54	1.43	1076	5.64	1.15	1366	83
4.6.71	373	5.42	1.55	1236	5.33	1.28	1722	108
7.6.71	233	5.63	1.64	652	5.21	1.32	985	94
8.6.71	175	5.69	1.78	570	5.17	1.31	820	72
9.6.71	138	5.68	1.62	542	5.20	1.37	776	91
10.6.71	160	5.66	1.72	713	5.36	1.29	974	92
11.6.71	307	5.83	1.62	1162	5.30	1.25	1639	163
14.6.71	160	5.68	1.54	659	5.14	1.31	921	95
15.6.71	119	5.71	1.49	496	5.13	1.30	690	72
16.6.71	129	5.66	1.49	590	5.10	1.25	825	101
17.6.71	172	5.49	1.56	1148	5.59	1.12	1431	104
18.6.71	275	5.61	1.62	1140	5.26	1.16	1584	159
21.6.71	164	5.66	1.65	665	5.11	1.28	894	61
22.6.71	94	5.58	1.64	462	5.10	1.39	609	48
23.6.71	118	5.91	1.52	678	5.18	1.27	866	67
24.6.71	87	5.51	1.53	772	5.56	1.26	910	46
25.6.71	304	5.69	1.41	1179	5.47	1.22	1586	99
28.6.71	192	5.70	1.62	877	5.64	1.36	1173	97
29.6.71	190	5.72	1.60	761	5.65	1.31	1040	86
30.6.71	249	5.50	1.42	1056	5.98	1.18	1409	95
1.7.71	290	5.58	1.29	1275	5.81	1.19	1630	54
2.7.71	397	5.79	1.43	1287	5.61	1.20	1814	123

De enskilda kundernas belopp har multiplicerats med 0.7, dessutom har utbetalningar på större belopp än 6 000 och inbetalningar över 40 000 utgått ur materialet innan parametervärdena beräknats.

Parametervärden Bank D6

Datum	N_i^+	X_i^+	S_i^+	N_i^-	X_i^-	S_i^-	N_i	N_i^0
26.5.71	8	5.63	0.98	37	4.72	1.46	107	62
27.5.71	13	4.72	1.70	82	5.30	1.45	111	16
28.5.71	63	5.45	1.21	187	5.47	1.20	313	63
1.6.71	43	5.83	1.32	109	5.64	1.28	179	27
2.6.71	35	5.63	0.90	77	5.44	1.42	138	26
3.6.71	19	5.57	2.04	83	5.25	1.49	117	15
4.6.71	52	5.63	1.25	160	5.31	1.35	250	38
7.6.71	17	5.67	1.27	82	4.99	1.61	125	26
8.6.71	17	4.49	2.24	67	5.09	1.46	104	20
9.6.71	19	5.61	1.58	73	4.99	1.49	118	26
10.6.71	18	4.95	2.03	76	5.07	1.46	120	26
11.6.71	42	6.18	1.30	166	5.33	1.25	260	52
14.6.71	23	5.49	1.52	79	4.95	1.36	136	34
15.6.71	12	5.85	1.19	58	5.03	1.54	100	30
16.6.71	9	5.60	2.19	75	4.87	1.44	104	20
17.6.71	17	5.64	1.72	76	5.16	1.43	132	39
18.6.71	31	5.38	1.60	148	5.13	1.10	237	58
21.6.71	18	5.51	1.72	84	4.82	1.30	133	31
22.6.71	14	4.94	1.95	57	4.97	1.62	84	13
23.6.71	19	5.69	1.60	75	4.41	1.63	112	18
24.6.71	15	4.66	1.83	79	5.32	1.72	129	35
25.6.71	25	5.55	1.60	162	5.24	1.42	230	43
28.6.71	32	5.68	1.33	95	5.38	1.59	157	30
29.6.71	18	5.53	1.29	88	5.83	1.30	138	32
30.6.71	34	5.60	1.13	93	5.45	1.35	152	25
1.7.71	39	5.54	1.22	122	5.47	1.48	197	36
2.7.71	66	5.78	1.05	146	5.46	1.35	269	57

De enskilda kundernas belopp har multiplicerats med 0,7, dessutom har utbetalningar på större belopp än 6 000 och inbetalningar över 40 000 utgått ur materialet innan parametervärdena beräknats.

Regressionsplan för medelvärdet

Plan nr	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	- 29.96	-0.365	0.276	- 3.09	8.52	- 2.86	7.21
2	- 55.21	-0.435	0.374	- 3.83	12.53	- 3.89	12.79
3	-100.48	-0.549	0.560	- 3.94	20.47	- 5.09	10.55
4	- 40.97	-0.451	0.281	- 7.21	14.35	- 7.87	17.57
5	-105.69	-0.572	0.392	- 9.01	27.65	-12.58	22.82
6	-115.87	-0.615	0.507	-11.94	30.75	-17.07	29.13
7	-164.45	-0.478	0.299	-16.59	46.74	-18.78	37.28
8	-162.62	-0.573	0.440	-20.91	49.01	-23.89	37.62
9	-274.11	-0.599	0.553	-27.69	74.56	-35.39	42.23

Regressionsplan för spridningen

Plan nr	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
1	- 16.29	-0.037	0.071	-0.22	2.65	0.32*	3.88
2	- 23.80	-0.060	0.094	-0.21*	3.63	0.40*	5.15
3	-29.49	0.006*	0.090	0.24*	4.25	0.79	3.75
4	-32.43	-0.056	0.064	-0.84	5.77	0.78*	6.67
5	-41.89	-0.018*	0.070	-0.01*	5.78	1.63	8.18
6	-61.20	-0.023*	0.071	0.61*	8.52	2.45	7.06
7	-25.12	-0.043	0.043	-1.05	3.69*	2.20	10.20
8	-46.66	-0.040	0.044	-0.18*	6.26	3.42	11.48
9	-61.64	0.012*	0.056	1.89	5.56*	6.68	10.73

* Betecknar koefficienter som icke är signifikanta på 5 %-nivån.



KONTANTFLÖDE

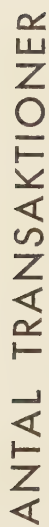
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
K	S						—					1	9	7

SPARBANKSNR.

KONTORSNR.

AR

[illegible]



1 2

T

S

3 4 5 6 7 8

-

SPARBANKSNR.

9 10 11

KONTORSNR.

12 13 14 15

1

9

7

AR

16 17

VECKONR.

18 19 20 21 22

MANDAG

23 24 25 26 27

TISDAG

28 29 30 31 32

ONSDAG

33 34 35 36 37

TORSdag

38 39 40 41 42

FREDAG

Tidsvariabler för prognos av kassautflöde och antal transaktioner. (Danmark)

1. måndagar
2. tisdagar
3. onsdagar
4. torsdagar
5. jan.
6. febr.
7. mars
8. april
9. maj
10. juni
11. juli
12. aug.
13. sept.
14. okt.
15. nov.
16. 1 maj
17. 24 dec.
18. 31 dec.
19. ev. kvällsöppet före jul
20. barnbidrag — 20 jan, april, juli, okt (om 20:e lörd el. sönd så 1:a vardag efter)
21. låneinbet. 3 dag t.o.m. 11 juni, 11 dec. (om 11:e lörd el. sönd så 1:a vardag efter)
22. sommarsemester (ca 15 juni—15 aug)
23. 1:a bankdag i månaden
24. 2:a bankdag i månaden
25. 3:e bankdag i månaden
26. sista bankdag i månaden
27. näst sista bankdag i månaden
28. 3:e sista bankdag i månaden
29. 25:e
30. 26:e
31. 27:e
32. 28:e
33. 20:e—24:e
34. tisdag och onsdag i påskveckan
35. 28.12, 29.12, 30.12
36. 1:a vardag efter påsk
37. Högbelastningsdagar — årets första bankdag, sista bankdag före påsk, bankdagen före store bededag, bankdagen före pingst, första bankdag efter Kristi Himmelfärds dag
38. Två veckor före jul

Methods and techniques for adaptive inventory control

Applied to the funds of ready cash
in the savings banks

English summary

1 Introduction

A few reasons why the "Swedish Savings Banks' Data Centres" financed this study are stated:

- Experiences from the U.S. showed that the computer could be used as an aid to solve the problems of the managers of the bank.
- A pilot study indicated that the funds of ready cash in the savings banks could be considerably reduced by a dimensioning system.
- The profit the savings banks could make from this study should be significant.

We discussed the reasons why people use cash and came to the conclusion that you cannot solve the problem merely by getting rid of banknotes and coins, and changing into other means of payment.

The problem of dimensioning the funds of ready cash is presented and defined. It is recognized as an inventory problem. The clients generate both an inflow to and an outflow from the inventory. Both of these are stochastic. In the literature concerning inventory the case of stochastic outflow is treated almost exclusively. The demand for a forecasting model is pointed out as well as the demand for a frame of reference for the description of problem situations.

The forecasting model should be able to describe variations within the week as well as within the month. The different lengths of the months will entail that the variations of the months show a varying length of the cycles. The frame of reference for the description ought to include adaptive elements.

The discussion issues in the following purposes for the work:

- to construct a dimensioning system for the demand for cash of a bank office.
- to discuss and develop models for inventories with stochastic in- and outflow.
- to contribute to the theory of adaptive decision processes with a model for the case when the decision-maker is constrained to intermittent observations.
- to show the usefulness of the adaptive decision theory in describing and analysing a concrete problem in the field of business administration.
- to describe the demands of clients of the savings banks concerning money from the bank, and in connection with this to compare the client populations of different bank offices.
- to discuss models for forecasting at irregular cycle variations and to test a method which is rarely used in this connection on data from the savings banks.

2 Inventory models

Inventory models are discussed in relation to the characteristics of the cash-dimensioning problem. A model is presented for an automatic device for bank-notes, which can be seen as a special type of cash holdings of the bank.

The type of inventory models, with characteristics most closely fitting the funds of ready cash, are those which have been made for the regulation of dams. However, approximations must be made for which consequences are uncertain.

The discussion concerning models, which have been presented in the literature, lead to the following conclusions:

- the system ought to be studied more closely, so that the consequences of different approximations can be the object of a more correct judgement.
- a further development of models ought to be made.

3 The theory of adaptive processes as an analytical instrument

The cash-dimensioning problem is described as an adaptive decision process. Besides the characteristics, which are presented in Murphy's (1965) type 2 process, the problem also has another quality: The decision-maker and the historical process receive information about status in the structural system only at certain steps in the process. With Murphy's type 2 process as a basis, a model is constructed concerning what is called "an adaptive decision process with intermittent observations."

Murphy gives the following equations which describe the type 2 process

$$\begin{aligned}d_t &= D(s_{t-\tau}, h_{t-\tau}, v_{t-1}) \\ h_t &= H(h_{t-1}, s_{t-1}) \\ s_{t+1} &= T_s(s_t, u_t, d_t)\end{aligned}$$

where s_t is a structural state vector, d_t is a decision vector, and h_t is the historical information vector, τ is a time lag.

One can always choose to define the process in such a way that the moments of observation coincide with the steps in the process. In many cases, however, we can choose the time interval between the observations ourselves, and it seems unsatisfactory to make the definition of the problem dependent on this choice. Instead of this, one can set out from the changes in state which are caused by the random variable—the environment. In other words it is natural to study a process where neither the historical process nor the decision function receive information about the state vector for each step.

The problem concerning the cash holdings is an example of such a process. The decision-maker and the historical process do not receive information about each client, but only about the status of the cash holdings once a day.

In Murphy's type 2 process a new element is introduced called shutter. In a closed position these shutters break off the information flow from the structural system.

The process is called a type 3 process (fig. 1) and is described by the following equations

$$s_{i,j} = T(s_{i,j-1}, u_{i,j}) \quad j=2,3, \dots, N_i \quad (1)$$

$$s_{i+1,1} = T(s_{i,N_i}, d_i, u_{i+1,1}) \quad i=1,2, \dots, M \quad (2)$$

$$h_{i+1} = H(h_i, s_{i, N_i}) \quad (3)$$

$$d_{i+1} = D(s_{i-\tau, N_i-\tau}, h_{i-\tau}, v_i) \quad (4)$$

(1) describes the changes in status during the N_i steps when the shutters are closed during period i , and (2) gives status when the shutters are open and the decision-maker too is affecting the process. (3) shows that the historical process works with information about status only when the shutters are open. (4) describes the decision which is then made.

It is often possible to choose the length of the interval between two consecutive observations, at least to a certain extent. It is assumed that at a certain cost one can open the shutter and observe status more often than is normal. A higher frequency of observations can mean faster adaption owing to the fact that the historical process receives information more often. In addition to this one can get more precise control by more frequent decisions. This leads to a balance between the costs for more frequent observations, and the profit which can be made thanks to these observations.

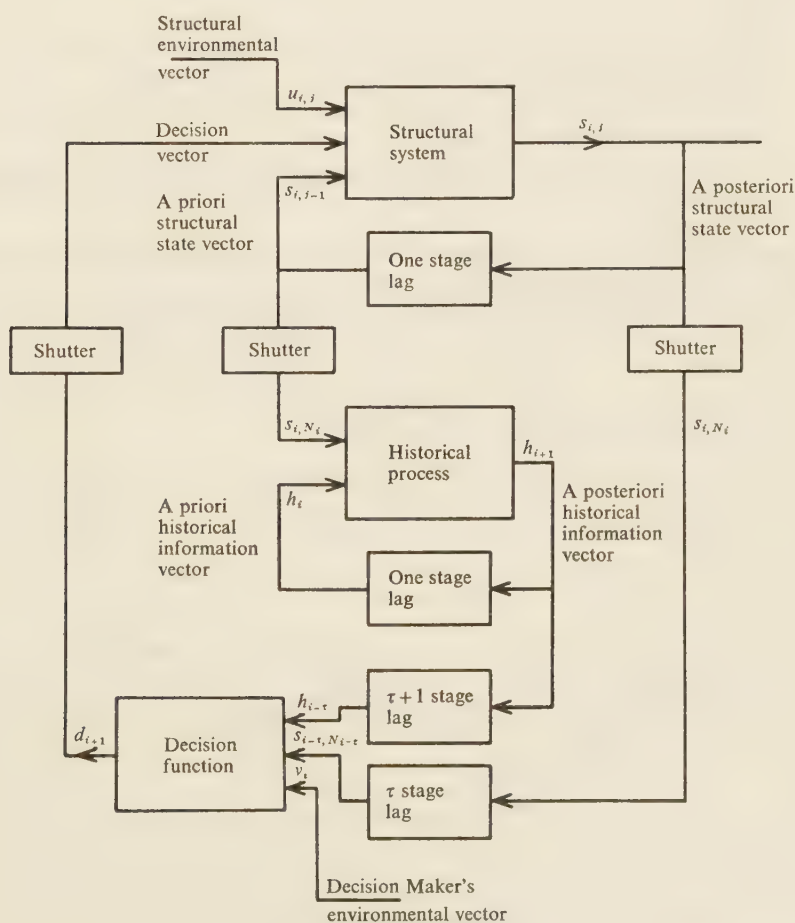


Fig. 1: Type 3 process,

Equations (1) and (2) can be written

$$s_{i,N_i} = T'(s_{i-1,N_{i-1}}, d_i, \tilde{u}_i) \quad (5)$$

if we summarize the separate influences of the environment to one influence during period i , i.e.

$$\tilde{u}_i = \varphi(u_{i,1}, \dots, u_{i,N_i})$$

$\tilde{u}_i$ is consequently the total influence of the environment during the time the shutter has been closed. It is this quantity which the historical part of the type 3 process receives information about, and on which it bases its adaption.

By keeping the shutters open during a certain period, we can improve our knowledge about $u_{i,j}$, but to make it possible to use this knowledge in the historical part, it must be translated into knowledge about $\tilde{u}_i$.

The expensive frequent observations should continue only as long as the improved knowledge is considered to be of more value than the increased costs.

The period of observation—the time when the shutters are kept open—should include the following elements:

- Observe $u_{i,j}$ for all j and certain i .
- Consider $\{u_{i,j}\}_{j=1}^{N_i}$ as a sample from a number of distributions.
- Adapt the distribution f_k to the number of k -observations.
- Let i increase until it becomes possible to decide whether f_k can be considered the same when i is varying.
- Observe how the parameters are varying with i and search patterns in this variation.

Suppose that T is not monotonous and that the control aims at keeping the state of the system between two limits, $\gamma_N < s_{i,j} < \gamma_U$

It is then interesting for the decision-maker to get information about

$$\mu_i = \min_j s_{i,j} \text{ and } v_i = \max_j s_{i,j}$$

and especially to get probability distributions for

$$\xi_i = s_{i-1,N_{i-1}} + d_i - \mu_i \text{ and } \eta_i = v_i - s_{i-1,N_{i-1}} - d_i$$

since the decision vector d_i ought, if possible, to be chosen so that

$$\gamma_N + \xi_i < s_{i-1,N_{i-1}} + d_i < \gamma_U - \eta_i$$

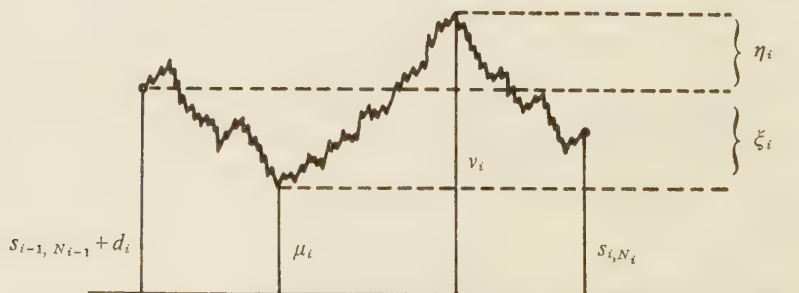


Fig. 2: The system when the shutters are closed.

For that reason it is added in the plan of investigation

- estimate the probability distributions for ξ_i and η_i ,
- relate the result to $\tilde{u}_i$.

The cash system is described by means of the developed type 3 process. From this follows that

$u_{i,j}$ = the amount which client j adds to the cash holdings during day i .

$\tilde{u}_i$ = the amount the clients add to the cash holdings during day i .

N_i = the number of clients during day i .

$s_{i,j}$ = the size of the cash holdings after client j during day i .

d_i = the amount with which the cashier increases the cash holdings at the beginning of day i .

h_i = the amount which according to the historical process ought to be in the cash holdings at the beginning of day $i + 1$.

M = the number of days the investigation is going on.

The control aims at keeping

$$s_{i,j} \geq 0$$

i.e. to chose d_i so that

$$\xi_i < s_{i-1, N_{i-1}} + d_i$$

4 Present systems in the terms of the model

5 The objectives and demands of the bank managers for the funds of ready cash

We discussed different aspects of the practical system and came to the following conclusion concerning the decision rule

- it must be easy to use
- it should not be of optimizing type.

6 The disposition of the investigation

The following variables are measured over a period of approximately 25 days in a savings bank office:

$$u_{i,j}, \tilde{u}_i, d_i, N_i \text{ and } s_{i,N_i}.$$

In addition to this the number of transactions (t_i) are also measured.

Some time during 1969—1971 eleven savings bank offices across Denmark and southern Sweden passed through an investigation of approximately 25 days each.

7 The individual clients

When processing the collected material we divided the clients (u_{ij}) into three categories: positive u_{ij} , negative u_{ij} , and u_{ij} = zero.

The two first categories follow, approximately, a lognormal distribution, the parameters of which varied with i .

It was found that there was no difference in the values for the separate cash funds in an office. For that reason parameter values for the whole office were used later.

For comparisons between the offices, all values were corrected with regard to differences in rates of exchange and the influence of inflation. They were re-counted to the value of the Swedish crown in June 1971.

These corrected values from the offices were analysed with the help of multiple regression.

We then got results such as:

- The median values for the clients who left money in the bank were considerably higher than the median values for clients who withdrew money.
- Regarding clients who left money in the bank, it turned out that the median values of the different offices were negatively correlated to the population of the place where the office was situated. They varied between 210 crowns in the biggest place and 380 crowns in the smallest place.
- Regarding clients who withdrew money from the bank, it turned out that the median values of the different offices showed insignificant differences. All offices except one had a median value which differed from 205 crowns with less than 6 %.
- Certain common patterns of time for the different parameters were observed concerning the offices.

8 The daily demand for cash

The variable ξ_i which was defined in chapter 3 expresses the greatest demand on the cash holdings during the day. In order to establish the probability distribution for ξ_i , a simulation model was constructed. From given figures for average value (X_i^+ , X_i^-), and dispersion (S_i^+ , S_i^-) in the two lognormal distributions for clients who deposited and withdrew money respectively and for the number of clients (N_i^+ , N_i^-) of both categories, 200 days were simulated and ξ_i was estimated. Consequently 200 ξ_i -values were obtained for each parameter combination. This entails an accuracy in the determination of the probability distribution for ξ_i which can be described in this way

- The estimation of the 2 %-percentile in the distribution differs to a certainty of 95 % from the real value with at most ± 5 %.

Totally 540 parameter combinations were simulated. These covered the field within which the parameters varied in the observed banks. For each parameter combination the average value, the dispersion, and the 2 %-percentile in the resulting distribution for ξ_i were estimated. This distribution proved to be approximately normal.

The simulated domaine was divided into nine sub-domaines, and for each sub-domaine, with the help of the least square method, a hyperplane of the form

$$\xi_i^{0.02} = a_0 + a_1 N_i^+ + a_2 N_i^- + a_3 X_i^+ + a_4 X_i^- + a_5 S_i^+ + a_6 S_i^-$$

was adapted for average value and dispersion as well as for the 2 %-percentile.

If a certain parameter combination is given, it is consequently possible to estimate these, first by establishing within which sub-domaine the parameter combination falls, and then by putting the parameter values into the equation valid for the sub-domaine. When average value and dispersion for the resulting distribution have been obtained, an arbitrary percentile can be calculated with the help of the hypothesis of normal distribution.

The model was validated by comparison with the ζ_i measured at the investigations. The accordance was satisfactory.

The total daily outflow ($\tilde{u}_i$), which was measured at the investigations, was analysed with regard to denominations.

It was found that

- The two greatest denominations together accounted for about 90 % of the outflow. This percentage varied very little between the offices. In the same way the variation between cash holdings within an office was insignificant as well as the variation over time.

The quotient between the total daily outflow ($\tilde{u}_i$) and the largest cash demand during the day (ζ_i) proved to lie between 0.9 and 1.0, except at the beginning of the month, when it was reduced to about 0.8.

9 Possibilities of forecasts

It was found that the parameters of the simulation model developed in chapter 8 probably could be forecasted with great accuracy. However, this demands data from a long period of time. With present methods of collecting information this is impossible for economic reasons. The matter would be quite different if an on-line connection of the cash registers to the computer is made.

To find variables which are easy to collect on one hand, but on the other, show a high degree of joint variation with the greatest cash demand during the day, a number of variables were tested with the help of regression analysis. It proved that the cash outflow during the day ($\tilde{u}_i$) explained 75 % of the total variation of the cash demand, while 9 % was explained by the number of transactions.

A number of different forecasting methods are discussed and it turns out that multiple regression—an unusual method in this connection—was superior to trigonometric functions, exponential smoothing, and other traditional forecasting techniques, in the case of varying lengths of the cycles. Thanks to modern computers, the calculative problems for the method can be mastered.

The result of attempts to forecast $\tilde{u}_i$ and t_i with the chosen technique was that 71 % of the variation in $\tilde{u}_i$ and 93 % of the variation in t_i could be explained by the employed time variables.

10 Choice of decision function

The following decision rules, among others, are being dealt with

- the simulation model developed in chapter 8
- dam model with fixed outflow and stochastic inflow
- the Wiener-process
- approximation with the central limit theorem
- rules of thumb

Each rule is judged according to the degree of approximation, possibilities of forecasts for the variables included, and economic consequences.

The judgement results in the following conclusions

- the simulation model gives good precision but cannot be used in the present situation for economic reasons. The conditions for this judgement are, however, changed in the future when cash registers are on-line connected with computers.
- the dam model is not capable of being used.
- the Wiener-process gives a good accuracy, is slightly more complicated than the central limit theorem for which the precision of the actual problem is almost equivalent to that of the Wiener-process.
- rules of thumb are not expensive and can give great improvements as compared to the present time.

On the basis of the considerations made, an approximation is chosen with the help of the central limit theorem as a decision rule. This gives considerable improvements in addition to those which can be attained by rules of thumb. The additional precision which can be attained by other models is not considered to give such economic advantages so as to compensate for the increased cost of a more complicated data collecting and forecast making apparatus.

11 The dimensioning system

Current information about the daily cash outflow ($\tilde{u}_i$) was collected in the bank office. This information constitutes the basis for a forecast which is made in the computer according to the chosen forecasting technique. From this forecast the funds of ready cash are calculated, which to a certain probability (e.g. 98 %) chosen by the bank should suffice during the actual day. Suggestions for daily funds of ready cash for a number of months are given to the head cashier of the office together with a forecast for the cash outflow ($\tilde{u}_i$).

This forecast is followed up every day in the office, and when it is suspected that changes have occurred this entails that the forecast is not valid any longer. The head cashier orders a new forecast and with that also new suggestions for daily funds of ready cash. This adaptivity is secured by rules when the forecast should be considered incorrect.

12 Conclusions

The employment of the adaptive terminology has in our opinion led to a greater stringency in the problem analysis, than would have been possible in other ways.

The regression technique turned out to be extraordinarily useful and we consider the technique suitable in cases where one works with fluctuations in the months and weeks.

The decision function has been chosen with degree of approximation, possibilities of forecasts concerning input data, and costs as a basis. When the precision was counterbalanced against the costs for the handling of the model, it turned out that different models were applicable in different cases.

The discoveries we made in the empirical investigation indicated that the differences between the offices were small and that no differences between Danish and Swedish clients could be discovered. The investigation contributes to the knowledge about the behaviour of people concerning their demand for cash and can be of interest in discussions about the justification of cheques, a society without cash and so on.

The chosen dimensioning system demands a small amount of data, and we are of the opinion that the risks for errors are small. The system is adaptive. The reason why we chose such a simple system was that our results from the investigations showed that this model was so efficient that the advantage of a further improvement of the precision hardly can counterbalance the costs such an improvement would entail.

The developments and applications made in this work are capable of being used in many connections, especially the adaptive model, the inventory rules, and the forecasting technique.

Litteraturförteckning

- Ackoff, R. L., *Scientific Method: Optimizing Applied Research Decisions*. John Wiley & Sons, New York 1965.
- Aktiv Inlåningspolitik. Svenska Sparbanksföreningens Inlåningskommitté, Svenska Sparbanksföreningen, Stockholm 1967.
- Allmän månadsstatistik. Statistiska centralbyrån, December 1970, Stockholm 1970.
- Allmän månadsstatistik. Statistiska centralbyrån, December 1971, Stockholm 1971.
- Anderson, H., & Thorburn, D., *Dimensionering av en bankkassa*. Matematisk-statistiska institutionen vid Lunds universitet, Lund 1971 (stencil).
- Andersson, R., & Bjerke, B., *Dynamisk kapitalplanering*. Sparfrämjandets Förlag, Stockholm 1971.
- Angsmark, G., *Statistisk inferens*. Studentlitteratur, Lund 1969.
- AR-71-Rationaliseringsprogram för Sparbanker. Svenska Sparbanksföreningen, Stockholm 1971.
- Aronofsky, J. S., *Progress in Operations Research*. John Wiley & Sons, New York 1969.
- Arwidi, O., *Formulering av en simuleringsmodell för beställningssystem vid depålager*. Opublicerat kapitel i manuskript till lic.avhandling, Lund 1971.
- Baumol, W. J., *Economic Theory and Operations Analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1961.
- Beer, S., *Decision and Control*. John Wiley & Sons, London 1966.
- Bellman, R., *Adaptive Control Process: A Guided Tour*. Princeton University Press, Princeton 1961.
- Bellman, R., & Kalaba, R., *Dynamic Programming and Modern Control Theory*. Academic Press, New York 1965.
- Beretning om sparekasserne i Danmark 1969—70, Sparekassetilsynet, København 1970.
- Bierman, H., Bonini, C. P., & Jaedicke, R. K., *Quantitative Analysis for Business Decisions*. Rickard D. Irwin, Homewood, Ill. 1965.
- Bohlin, T., & Wensmark, S., *Process Modelling and Control-Design Package*. IBM Nordic Laboratory, Lidingö 1967 (stencil).
- Bradley, J. V., *Distribution-Free Statistical Tests*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1968.
- Brown, R. G., *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1963.
- Buffa, E. S., *Production-Inventory Systems: Planning and Control*. Rickard D. Irwin, Homewood, Ill. 1968.
- Churchman, C. W., *Prediction and Optimal Decisions*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1961.
- Cofer, C. N., & Appley, B. H., *Motivation: Theory and Research*. John Wiley & Sons, New York 1964.
- Cohen, K. J., & Hammer, F. S. (eds.), *Analytical Methods in Banking*. Rickard D. Irwin, Homewood, Ill. 1966.
- "Linear Programming and Optimal Bank Asset Management Decisions". *Journal of Finance*, Vol. 22, No. 2 1967, pp. 147—165.
- Computer Simulation Techniques. Naylor, T. H., m.fl., John Wiley & Sons, New York 1966.
- Coombs, C. H., *A Theory of Data*. John Wiley & Sons, New York 1964.
- Cramér, H., *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton University Press, Princeton 1954.
- Dixon, W. J., & Massey, Jr, F. J., *Introduction to Statistical Analysis*. McGraw-Hill Book Company, New York 1957.
- Draper, N. R., & Smith, H., *Applied Regression Analysis*, John Wiley & Sons, New York 1966.
- Elmaghraby, S. E., *The Design of Production Systems*. Reinhold Publishing Corporation, New York 1966.
- Eppen, G. D., Gould, F. J., & Pashigan, B. P., "Extension of the Planning Horizon Theorem in the Dynamic Lot Size Model". *Management Science*, Vol. 15, No. 5, 1969, pp. 268—277.

- Fabrycky, W. J., & Torgersen, P. E., *Operations Economy: Industrial Applications of Operations Research*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1966.
- Ferber, R., & Verdoorn, P. J., *Research Methods in Economic & Business*. The MacMillan Company, New York 1962.
- Fisz, M., *Probability Theory and Mathematical Statistics*. John Wiley & Sons, New York 1965.
- Floyd, I. J., "Infinite Capacity Storage Processes". *The Journal of Australian Mathematical Society*, Vol. 6, Part 1, 1966, pp. 30—35.
- Gani, J., *Some Recent Work in the Theory of Storage*. Stanford University, Stanford 1968 (stencil).
- Guenther, W. C., *Analysis of Variance*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1964.
- Hadley, G., & Whithin, T. M., *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1964.
- Jacobs, O. L. R., *An Introduction to Dynamic Programming: The Theory of Multistage Decision Process*. Chapman and Hall, London 1967.
- Jacobsen, J., *Ekonomisk statistik*. Studentlitteratur, Lund 1967.
- Jacobsen, J., Rittsten, S., *Statistiska tabeller*. Studentlitteratur, Lund 1967.
- Jansson, B., *Random Number Generators*. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1966.
- Johnsen, E., *Studies in Multiobjective Decision Models*. Studentlitteratur, Lund 1968.
- Johnston, J., *Econometric Methods*. McGraw-Hill Book Company, New York 1963.
- Larsson, A., *Lönsamhetsstudier av Uppsala Sparbanks lönekonton*. Seminarieuppsats för två betyg i företagsekonomi, Uppsala 1968 (stencil).
- Larsson, U., & Lundin, R., "Relevance, Validity, Reliability, and the Use of Simulation Models". In Goldberg, W. (ed.), *Behavioral Approaches to Modern Management*, BAS, Göteborg 1970.
- Lindgren, B. W., *Statistical Theory*. The Macmillan Company, New York 1962.
- Lilliefors, H. W., "On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown". *J. A. S. A.*, 62 (1967), pp. 399—402.
- Lohmander, B., *Lageroptimering för en bankkassa, del I*. Seminarieuppsats för tre betyg i företagsekonomi, Lund 1967 (stencil).
- Mansfield, E. (ed.), *Managerial Economics and Operations Research*. W. W. Norton & Company, New York 1966.
- McMillan, C., & Gonzalez, R. F., *Systems Analysis: A Computer Approach to Decisions Models*. Rickard D. Irwin, Homewood, Ill. 1965.
- Meier, R. C., Newell, W. T., Pazer, H. L., *Simulation in Business and Economics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1969.
- Miller, D. W., & Starr, M. K., *Executive Decisions and Operations Research*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1960.
- Murphy, Jr, R. E., *Adaptive Processes in Economic Systems*. Academic Press, New York 1965.
- Operations Research/Management Science*, International Literature Digest Service, (ed. by) Rosenthal, A. J., New Jersey.
- Parker, C. G. C., & Segura E. L., "How to get a better forecast". *Harvard Business Review* March—April 1971, pp. 99—109.
- Quality Central and Applied Statistics*. Abstract Service, (ed. by) Rosenthal, A. J., New Jersey.
- Rehnman, E., *Företaget som ett styrt system*. EFI, P. A. Norstedts & Söners Förlag, Stockholm 1964.
- *Företaget och dess omvärld*. Albert Bonniers Förlag AB, Stockholm 1969.
- Samhaber, E., *Penningen i kulturhistorisk belysning*. Beckmans bokförlag, Stockholm 1965.
- Samordnad banklagstiftning*. SOU 1967: 64, Stockholm 1967.
- Schmidt, J. W., & Taylor, R. E., *Simulation and Analysis of Industrial Systems*. Rickard D. Irwin, Homewood, Ill. 1970.
- Schussel, G., & Price, S., "A Case History in Optimum Inventory Scheduling". *Operation Research*, Vol. 18, No. 1, 1970 pp. 1—23.
- Siegel, S., *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. McGraw-Hill Book Company, New York 1956.
- Sigmundt, P. J., *Förslag till styrning av en banks kassareserver*. Avdelningen för Teknisk fysik Tekniska Högskolan, Ötnäs 1970 (stencil).
- Sparbankerna 1969*, SOS, Statistiska Centralbyrån, Stockholm 1970.
- Sparbankerna 1970*, SOS, Statistiska Centralbyrån, Stockholm 1971.
- Sparbankernas Bank cirkulär A17*, Sparbankernas Bank, Stockholm 1971 (stencil).
- Sparbankernas kreditgivning*. 1963 års kreditkommitté Svenska Sparbanksföreningen, Stockholm 1964.
- Spitzer, F., "A combinatorial lemma and its applications to probability theory". *Transactions of the American Mathematical Society*, 82 (1956), pp. 323—329.

- Statistisk årsbog 1970, Danmark*, Danmarks statistik, København 1971.
- Statistisk årsbok 1969*. Statistiska Centralbyrån, Stockholm 1969.
- Statistisk årsbok 1970*. Statistiska Centralbyrån, Stockholm 1970.
- Statistisk årsbok 1971*. Statistiska Centralbyrån, Stockholm 1971.
- Svenska Sparbanksföreningens meddelande No. 59.03.04*, Svenska Sparbanksföreningen, Stockholm 1971, (stencil).
- System /360 Scientific Subroutine Package (PL/I)*, (360A-CM-07x), Program Description and Operations Manual, IBM.
- Takács, L., "On Dams of Finite Capacity". *The Journal of the Australian Mathematical Society*, Vol. 8, Part 2, 1968, pp. 161—170.
- Torgerson, W. S., *Theory and Methods of Scaling*. John Wiley & Sons, New York 1958.
- Wagner, H. M., *Principles of Management Science*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1970.
- Waldin, K.-E., *Aspects of Operations Research in Theory and Practice*. Almqvist & Wiksell, Uppsala 1969.
- Weinberg, G. M., *PL/I Programming Primer*. McGraw-Hill Book Company, New York 1966.
- Williams, E. J., *Regression Analysis*. John Wiley & Sons, New York 1959.
- Yamane, T., *Mathematics for Economists*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1962.
- Åström, K. J., & Bohlin, T., *Numerical Identification of Linear Dynamic Systems from Normal Operating Records*. Proceedings of the IFAC Conference of Self-Adaptive Control Systems, Teddington 1967.
- Åström, K. J., Bohlin, T., & Wensmark, S., *Automatic Construction of Linear Stochastic Dynamic Models for Stationary Processes with Random Disturbances Using Operating Records*. IBM Nordic Laboratory, report TP 18.150. Lidingö 1965.

Variabellista

- $u_{i,j}$ = Det belopp i kontanter som i :te dagens j :te kund lämnat i kassan.
 $s_{i,j}$ = Kassans kontant innehåll efter i :te dagens j :te kund.
 N_i = Antal kunder som påverkar kassan under dag i .
 s_{i,N_i} = Kassans kontant innehåll vid slutet av dag i .
 $\tilde{u}_i$ = Det kontantbelopp varmed kunderna minskat kassan under dag i .
 ξ_i = Det största kassakravet under dag i .
 d_i = Det belopp varmed beslutsfattaren (kassören) fyllt på kontantkassan under dag i .
 t_i = Antal transaktioner under dag i .
 $\tilde{u}_i$ = Kontantutflödet under dag i (en komponent för varje valör).
 s_{i,N_i} = Kontant innehållet vid slutet av dag i (en komponent för varje valör).
 d_i = Kontantbelopp påfyllt under dag i (en komponent för varje valör).
 N_i^+ = Antal kunder som lämnat kontanter under dag i (hela kontoret).
 N_{ik}^+ = Antal kunder som lämnat kontanter under dag i (kassa k).
 N_i^- = Antal kunder som hämtat kontanter under dag i (hela kontoret).
 N_{ik}^- = Antal kunder som hämtat kontanter under dag i (kassa k).
 X_i^+ = Medelvärde i den lognormala fördelningen för inkunder under dag i (hela kontoret).
 X_{ik}^+ = Medelvärde i den lognormala fördelningen för inkunder under dag i (kassa k).
 X_i^- = Medelvärde i den lognormala fördelningen för utkunder under dag i (hela kontoret).
 X_{ik}^- = Medelvärde i den lognormala fördelningen för utkunder under dag i (kassa k).
 S_i^+ = Spridningen i den lognormala fördelningen för inkunder under dag i (hela kontoret).
 S_{ik}^+ = Spridningen i den lognormala fördelningen för inkunder under dag i (kassa k).
 S_i^- = Spridningen i den lognormala fördelningen för utkunder under dag i (hela kontoret).
 S_{ik}^- = Spridningen i den lognormala fördelningen för utkunder under dag i (kassa k).

Avhandlingar utgivna inom ramen för EFL:s informationsprogram

- Erik Johnsen: Studies in multiobjective decision models. Studentlitteratur. Lund 1968.
- Gösta Kedner: Kortfristig optimal likviditetsplanering. Stencil. Lund 1968.
- Jan Billgren: Branschstudiemetoder i teori och tillämpning. Stencil. Lund 1970.
- Ingmar Tufvesson: För- och efterprövning av företagets marknads-kommunikation. Stencil. Lund 1970.
- Carl-Axel Engdahl: Exportsamverkan. Gleerups. Lund 1970.
- Göran Nilsson: Företagsstrategier. En jämförelse mellan strategival inom några svenska branscher. Gleerups. Lund 1971.
- Rolf Andersson,
Björn Bjerke: Dynamisk kapitalplanering. Sparfrämjandet. Stockholm 1971.
- Lars Bruzelius: Hur många serviceenheter? Metod och teknik för utveckling av en strategisk och operativ modell för dimensionering av antal serviceenheter. (Utkommer våren 1972. Gleerups.)

Avhandlingar kan beställas från EFL eller i förekommande fall direkt från förlaget.



C W K Gleerup Bokförlag Lund